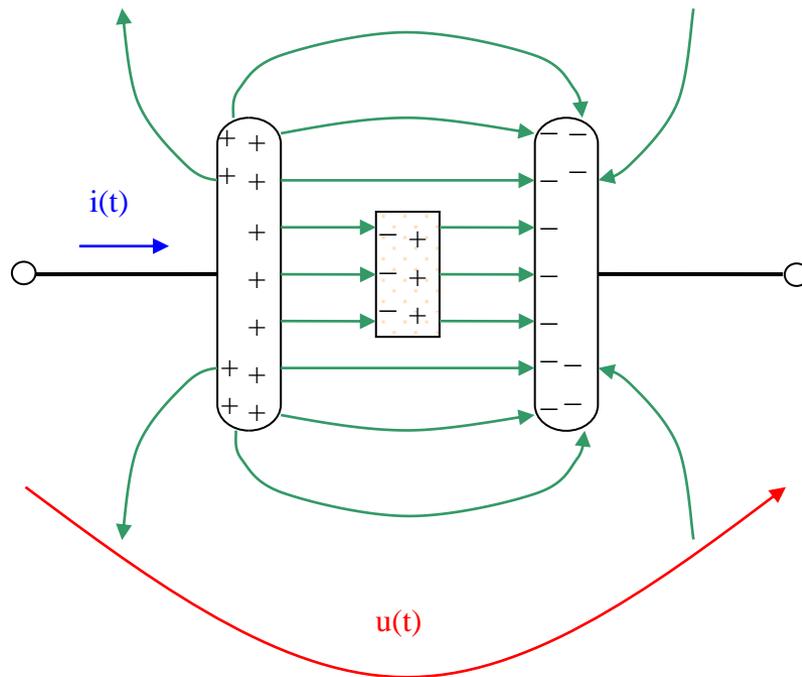


## 4. Vorgänge in elektrischen Nichtleitern

### 4.1 Grundbegriffe für elektrische Größen im Nichtleiter

**Der Ausgangspunkt** zur Beschreibung der Vorgänge in elektrischen Nichtleitern ist ebenfalls die **Naturgröße Ladung**.



- Da sich am Rande eines Nichtleiters immer **gleichviel positive und negative** Ladungen „ansammeln“, muss es eine **Verbindung** zwischen ihnen geben.
- Die Ladungen auf den Platten teilen nach dem Prinzip der **Nahwirkung** ihren Gegenladungen ihre Menge mit.
- Das erfolgt **unabhängig** vom zwischen ihnen liegenden **Nichtleitermaterial**.
- Diese Mitteilung kann durch **Influenz** nachgewiesen und gemessen werden

## Definition des Verschiebungsflusses

$$\Psi_{\text{ges}} = Q$$

## Definition der Verschiebungsflussdichte

$$|\mathbf{D}| = \frac{d\Psi}{dA_{\perp}}$$

$$\text{mit } \mathbf{D} = |\mathbf{D}| \mathbf{e}_{\Psi} \quad \oint_{\text{Hüllfläche}} \mathbf{D} \cdot d\mathbf{A} = \Psi_{\text{gesamt}} \equiv Q$$

Dabei mit der Richtung der Ausbreitung der **Nahwirkung**, die hier **als Fluss** erscheint.

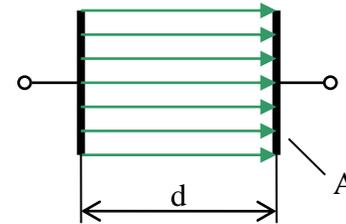
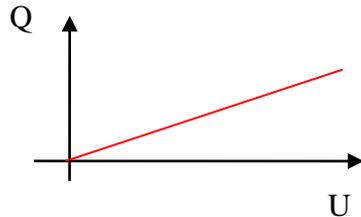
Nach dem Begriff ein Vektorfeld - das **elektrostatische Feld**.

- Zur Beschreibung der **Kraftwirkungen** wird auch hier das **elektrische Feld** verwendet, wie es für den Leiter definiert wurde.
- Auch der Begriff der **elektrischen Spannung** (und des Potentials) wird übernommen.

**Charakter anders:** Zwei Probeladungen, die jeweils in Punkt  $P_1$  und  $P_2$  ruhen, haben eine verschiedene potentielle Energie.

$$\text{Zusammenhang: } \mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E} \quad \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \quad \varepsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ As/Vm}$$

## 4.2 Ladung, Strom und Spannung am Kondensator



**Definition der Kapazität**  $C = \frac{Q}{U}$

Definitionsgleichung:  $Q = C U$

**Bemessungsgleichung der Kapazität**  $C = \frac{\epsilon A}{d} = \frac{\epsilon_r \epsilon_0 A}{d}$

### Strom und Spannung an den Klemmen der Kapazität

$$i_c(t) = \frac{d(CU_c)}{dt} = C \frac{dU_c}{dt} \quad u_c(t) = \frac{1}{C} \int_0^t i_c(t) dt + u_c(t=0) \quad \text{für } C = \text{const}$$

Verbraucherfeilsystem, d.h. beim Aufladen ergibt sich ein positiver und beim Entladen ein negativer Strom

Auch bei Kapazitäten gelten Bilanzgleichungen

## Ladungsbilanz an einem Knotenpunkt

$$\sum_{\nu} Q_{\nu} = 0$$

## Reihenschaltung von Kapazitäten

$$1/C_{\text{ges}} = \sum_{\nu} 1/C_{\nu}$$

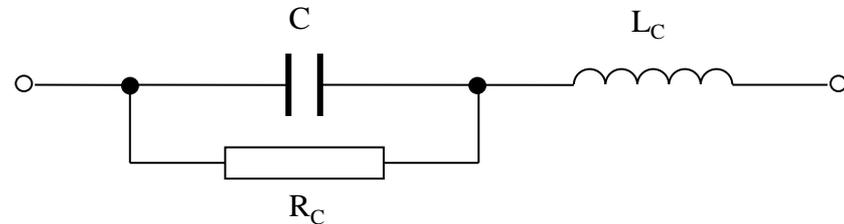
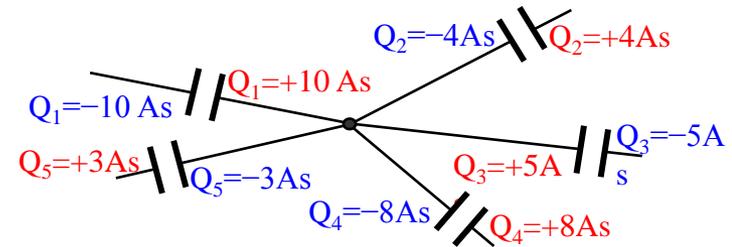
## Parallelschaltung von Kapazitäten

$$C_{\text{ges}} = \sum_{\nu} C_{\nu}$$

### Anforderungen:

- Durchbruchspannung,
- Strombelastbarkeit,
- Temperaturstabilität,
- Baugröße und -form,
- Leckwiderstand, Induktivität von Wickelkondensatoren und Zuleitungen,
- Stabilität gegen Wetter- und Umgebungsbedingungen.

an Stelle der Strombilanz



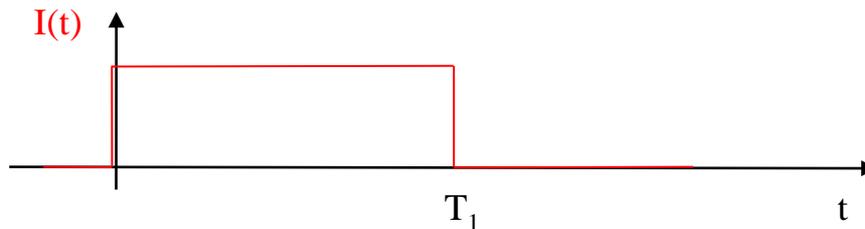
**Kapazitätsmessung** → zwei Fälle unterschieden - statischen Kapazität  
- dynamischen Kapazität

Die **statische Kapazität** muss durch Messung von **Ladungsmenge** und **Spannung** erfolgen.

Die **dynamische Kapazität** beinhaltet die wirksame Größe **bei Wechselstrom** gegebener Frequenz ( $\epsilon$  ist frequenzabhängig) und bei nichtlinearen Kapazitäten die **Wechselstromaussteuerung** um den Gleichstromarbeitspunkt.

## Aufgabe

Gegeben ist der Stromverlauf in der Abbildung



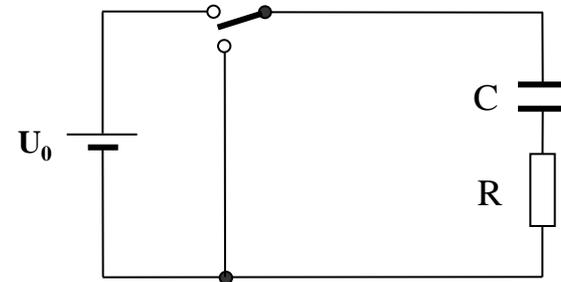
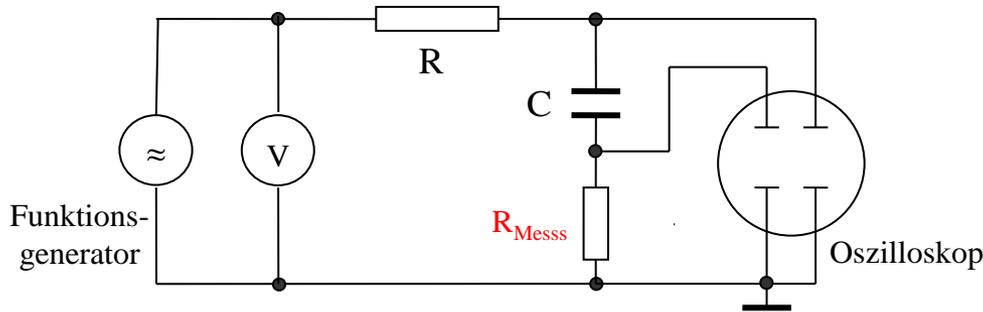
Frage: Wie sieht der Verlauf der Spannung aus? (In die Abbildung einzeichnen!)

## Aufgabe

Eine Spannungsquelle mit 30 V soll geglättet werden. Dazu werden 2000  $\mu\text{F}$  benötigt. Es stehen aber nur Kondensatoren von 2000  $\mu\text{F}$  mit einer Spannungsfestigkeit von 20 V zur Verfügung.

Frage: Wie sieht die Schaltung für eine Realisierung aus?

## Aufgabe Berechnung des Zeitverhaltens



Maschensatz

$$u_R + u_C - U_0 = 0$$

Strom-Spannungs-Beziehungen

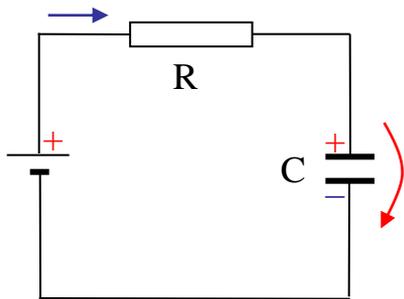
$$u_R = i R \quad i = C \, du_C/dt$$

→ DGL → homogene, inhomogene ( $t \rightarrow \infty$ ) Lösung und Anfangsbedingung

$$RC \, du_C/dt + u_C = U_0$$

Lösung:  $u_{Ch} = k e^{-t/RC}$      $u_{Cih} = U_0$      $u(t=0) = 0$

$$u_C = U_0(1 - e^{-t/RC}) \quad i = (U_0 e^{-t/RC})/R$$



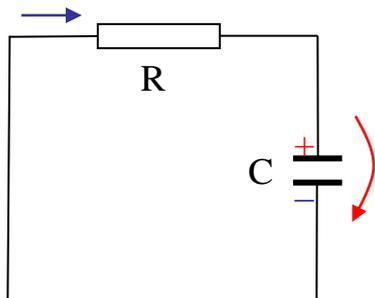
$$u_R + u_C = 0$$

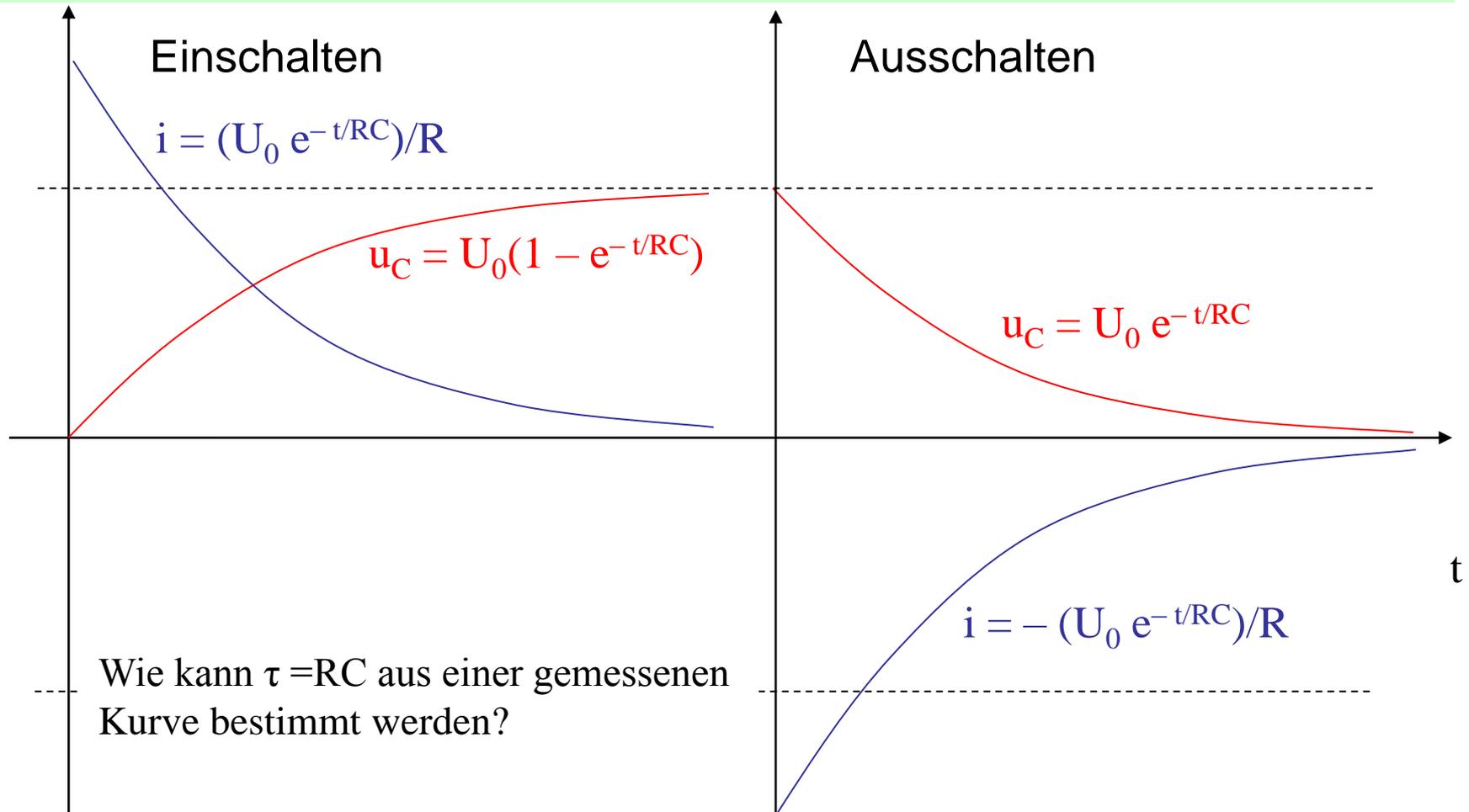
$$u_R = i R \quad i = C \, du_C/dt$$

$$RC \, du_C/dt + u_C = 0$$

Lösung:  $u_{Ch} = k e^{-t/RC}$      $u_{Cih} = 0$      $u(t=0) = U_0$

$$u_C = U_0 e^{-t/RC} \quad i = -(U_0 e^{-t/RC})/R$$





### Aufgabe

Mit einem Elektrolytkondensator von  $10 \mu\text{F}$  soll für eine Lichterkette eine Zeitkonstante von  $10 \text{ s}$  realisiert werden.

Frage 1: Wie groß muss der Widerstand gewählt werden?

Frage 2: Welchen Fehler verursacht der Leckwiderstand des Elektrolytkondensators von ca.  $10 \text{ M}\Omega$ ?

### 4.3 Energie und Kräfte im elektrischen Feld des Nichtleiters

Die **Energie** für die Aufladung einer Kapazität

$$W = \int_0^t u_C(t) i_C(t) dt$$

$$W = \int_0^{U_C} u_C(t) C du_C = C \frac{U_C^2}{2}$$

$$W = \frac{C U_C^2}{2} = \frac{Q_C U_C}{2} = \frac{Q_C^2}{2C}$$

mit  $Q = C U$

**Leistung** über Auf- und Entladevorgang

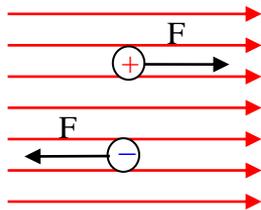
$$\bar{P} = \overline{u_C(t) i_C(t)} = 0$$

Bei der **Aufladung** wird Energie im Kondensator **gespeichert** und bei der **Entladung** wird diese Energie **zurückgegeben**.

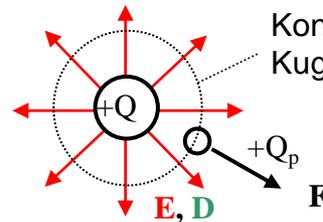
Im elektrischen Feld existieren zwei Formen für **Kraftwirkungen**

- Kräfte auf Ladungen und
- Kräfte auf Grenzflächen verschiedener Materialien (insbesondere Leiter – Nichtleiter).

**Kräfte auf Ladungen** folgen aus der Definition des Feldes



$$\mathbf{F} = Q \mathbf{E}$$

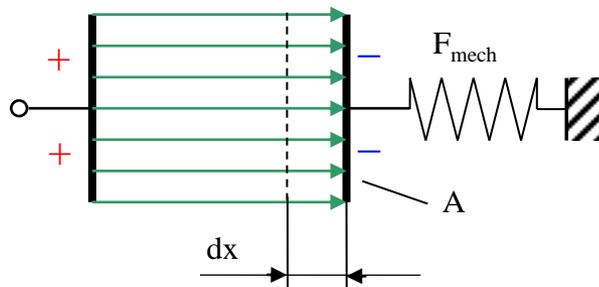


Konzentrische Kugel  $|\mathbf{D}| = Q/4\pi r^2$

$$\mathbf{F} = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi \epsilon r^2}$$

Coulomb'sches Gesetz

**Kräfte auf Grenzflächen** Ermittlung aus der Energieerhaltung

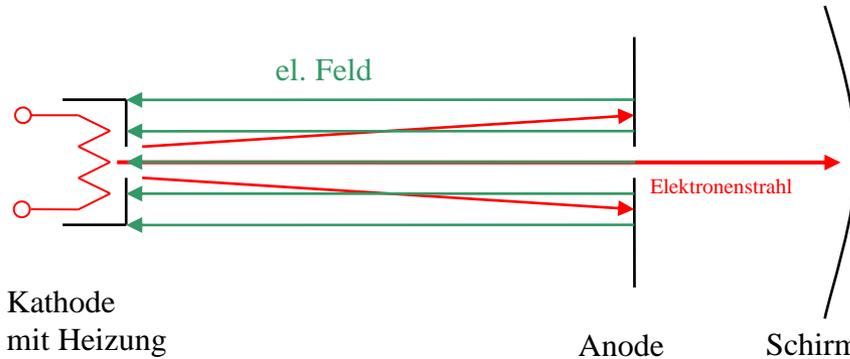


$$\Delta W_{el} = (Q^2/2\epsilon A)dx = F_{mech} dx$$

$$F = \frac{D^2}{2\epsilon} A = \frac{D E}{2} A = \frac{\epsilon E^2}{2} A$$

**Richtung:** Verschiebungsflussdichtelinien im schlechteren Medium verkürzen sich

### Beispiel: Elektronenstrahlbeschleunigung



$$\frac{dv}{dt} = \frac{F}{m_{el}} = \frac{q_0}{m_{el}} \frac{dU}{ds}$$

$$ds \frac{dv}{dt} = \frac{q_0}{m_{el}} dU$$

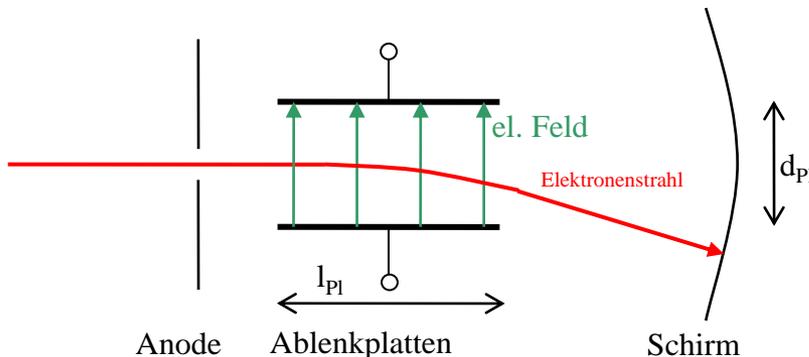
$$\int_0^{v_0} v dv = \frac{q_0}{m_{el}} \int_0^{U_A} dU$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{2 q_0}{m_{el}} U_A}$$

$$v_0 / \text{kms}^{-1} = 593 \sqrt{U_A / \text{V}}$$

### Aufgabe

Elektronenstrahlablenkung (Elektronen sind für die Zeit  $t_{Ab} = l_{Pl} / v_0$  im Feld)



Frage 1: Wie groß ist zum Ende der Ablenkung die Geschwindigkeit  $v_{\perp}$  bei der Ablenkspannung  $U_{Ab}$  und einem Abstand der Platten  $d_{Pl}$ ?

Frage 2: Wie groß ist der Ablenkwinkel?

(Hinweis: Nutzen Sie die Komponenten der Geschwindigkeit.)

# Prinzipdarstellung des Oszilloskops

