

Theoretische Grundlagen und ihre Anwendung zur Analyse elektrotechnischer Prozesse

Bezeichnung	Vorgänge im elektrischen Leiter (Strömungsfeld)	Vorgänge im elektrischen Nichtleiter (elektrostat. Feld)	Vorgänge im Magnetfeld
Ladung Naturgröße	$Q = \int_{\text{Dauer}} I \cdot dt$	$Q = N \cdot q_0 = \int_V \rho \, dV$ $q_0 = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{As}$ $[Q] = C = \text{As}$	
Fluss- bzw. Stromgröße	$I = dQ/dt$ $I = \int_{\text{Fläche}} \mathbf{S} \cdot d\mathbf{A}$ $[I] = \text{A}$	Ψ $\Psi_{\text{ges}} = Q$ $\Psi = \int_{\text{Fläche}} \mathbf{D} \cdot d\mathbf{A}$ $[\Psi] = \text{As}$	Φ $\Phi_{\text{kop}} = w \Phi$ $\Phi = \int_{\text{Fläche}} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A}$ $[\Phi] = \text{Wb} = \text{Vs}$
Knotenpunktsatz	$\oint \mathbf{S} \cdot d\mathbf{A} = 0$	$\oint \mathbf{D} \cdot d\mathbf{A} = Q_{\text{innerhalb}}$	$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} = 0$
Flussdichte bzw. Stromdichte	\mathbf{S} $ \mathbf{S} = dI/dA$ $\mathbf{S} = v_d \rho$ $[\mathbf{S}] = \text{A/m}^2$	\mathbf{D} $ \mathbf{D} = d\Psi/dA$ $[\mathbf{D}] = \text{As/m}^2$	\mathbf{B} $ \mathbf{B} = d\Phi/dA$ $[\mathbf{B}] = \text{T} = \text{Vs/m}^2$
Feldstärke	$\mathbf{E} = \mathbf{F}/Q_p$ $ \mathbf{E} = dU/dl$ $[\mathbf{E}] = \text{V/m}$	$\mathbf{E} = \mathbf{F}/Q_p$ $ \mathbf{E} = dU/dl$ $[\mathbf{E}] = \text{V/m}$	\mathbf{H} $ \mathbf{H} = dV_m/dl$ $[\mathbf{H}] = \text{A/m}$
Spannungsgr. Ursprung	$U = \Delta W_{Ab}/Q_p$ $E_c = \Delta W_{Zw}/Q_p$ $U = \int_{\text{Weg}} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}$ $[U] = \text{V}$	$U = \Delta W_{Ab}/Q_p$ $E_c = \Delta W_{Zw}/Q_p$ $U = \int_{\text{Weg}} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}$ $[U] = \text{V}$	V_m $\Theta = I w = \Sigma I_{\text{umf}}$ $V_m = \int_{\text{Weg}} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{s}$ $[V_m] = \text{A}$
Maschensatz	$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = E_0$	$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = E_0$	$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{s} = \Theta$ Durchflutungsgesetz
Beziehung Flussdichte und Feldstärke	$\mathbf{S} = \kappa \mathbf{E}$	$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}$	$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$
Materialkonstante	$\kappa = \text{spez. Leitw.}$ $\rho = \text{spez. Wid.}$	$\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$ $\epsilon_0 = 8,86 \cdot 10^{-12} \text{As/Vm}$	$\mu = \mu_0 \mu_r$ $\mu_0 = 1,256 \cdot 10^{-6} \text{Vs/Am}$

Theoretische Grundlagen und ihre Anwendung zur Analyse elektrotechnischer Prozesse

Beziehung Flussgr. und Spannungsgr.	$U = R I$ $I = G U$	$U = (1/C) Q$ $Q = C U$	$V_m = R_m \Phi$ $\Phi = (1/R_m) V_m$
Definition:	$R = U/I$ $[R] = \Omega = V/A$	$C = Q/U$ $[C] = F = As/V$	$R_m = V_m/\Phi$ $[R_m] = A/Vs$
Bemessung: homogene Verhältnisse	$R = \frac{1}{\kappa A} = \frac{\rho l}{A}$	$C = \frac{\epsilon A}{d}$	$R_m = \frac{l}{\mu A}$
Bez. Flussgr. u. el. Größe	$(I = G U)$	$Q = C U$	$w\Phi = L I$
Induktion Def. Induktivität: Bemessung Induktivität:			$u_{ind} = w d\Phi/dt - (v \times B) \cdot I$ $L = w\Phi/I$ $L = w^2/R_m$ $[L] = H = Vs/A$
Energie	$W_{12} = \int_{t_1}^{t_2} u i dt$ Verlustenergie $W_{12} = U I t_{12}$ für $u, i = \text{const}$ $[W] = Ws = VA s$	$W_{12} = \int_{t_1}^{t_2} u i dt$ gespeicherte Energie $W = \frac{QU}{2} = \frac{CU^2}{2} = \frac{Q^2}{2C}$ gespeichert bei Q, U $[W] = Ws = VA s$	$W_{12} = \int_{t_1}^{t_2} u i dt$ gespeicherte Energie $W = \frac{\Phi_{kop} I}{2} = \frac{LI^2}{2} = \frac{\Phi_{kop}^2}{2L}$ gespeichert bei Φ_{kop}, I $[W] = Ws = VA s$
Leistung	$p(t) = dW/dt = u i$ $P = UI = U^2/R = I^2 R$ für $u, i = \text{const}$ $[P] = W = VA$	$p(t) = u i$	$p(t) = u i$
Kräfte auf Ladungen bzw. Strom bzw. zwischen Q bzw. I auf Grenz- flächen	nicht direkt	$F = Q E$ $F = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi r^2}$ Coulomb'sches Gesetz $F = \frac{Q^2}{2A} \left(\frac{1}{\epsilon_0} - \frac{1}{\epsilon} \right)$ $= \frac{D^2}{2\epsilon_0} A = \frac{DE}{2} A = \frac{\epsilon_0 E^2}{2} A$	$F = Q (v \times B)$ $F = I (l \times B)$ $F = \frac{\mu}{2\pi r} I_1 I_2$ $F = \frac{\Phi^2}{2A} \left(\frac{1}{\mu_0} - \frac{1}{\mu} \right)$ $= \frac{B^2}{2\mu_0} A = \frac{BH}{2} A = \frac{\mu_0 H^2}{2} A$

Theoretische Grundlagen und ihre Anwendung zur Analyse elektrotechnischer Prozesse

Knotenpunkt-satz	$\sum_{\uparrow} I_v = \sum_{\downarrow} I_{\mu}$	$\sum_{+} Q_v = \sum_{-} Q_{\mu}$	$\sum_{\uparrow} \Phi_v = \sum_{\downarrow} \Phi_{\mu}$
Maschensatz	$\sum U_v = \sum E_{0\mu}$ 	$\sum U_v = \sum E_{0\mu}$ 	$\sum V_{m,v} = \sum \Theta_{\mu}$
Teilung Fluss	$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}$ Bedingung: $U = \text{const}$	$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{C_1}{C_2}$ Bedingung: $U = \text{const}$	$\frac{\Phi_1}{\Phi_2} = \frac{R_{m2}}{R_{m1}}$ Bedingung: $V_m = \text{const}$
Teilung Spannung	$\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2}$ Bedingung: $I = \text{const}$	$\frac{U_1}{U_2} = \frac{C_2}{C_1}$ Bedingung: $Q = \text{const}$	$\frac{V_{m1}}{V_{m2}} = \frac{R_{m1}}{R_{m2}}$ Bedingung: $\Phi = \text{const}$
Reihenschaltung	$R_{\text{ges}} = \sum_v R_v$	$\frac{1}{C_{\text{ges}}} = \sum_v \frac{1}{C_v}$	$R_{m \text{ ges}} = \sum_v R_{mv}$ $L_{\text{ges}} = \sum_v L_v$
Parallelschaltung	$\frac{1}{R_{\text{ges}}} = \sum_v \frac{1}{R_v}$	$C_{\text{ges}} = \sum_v C_v$	$\frac{1}{R_{m \text{ ges}}} = \sum_v \frac{1}{R_{mv}}$ $\frac{1}{L_{\text{ges}}} = \sum_v \frac{1}{L_v}$
Symbol			
Beziehung an den Klemmen des idealen Bauelementes	$u = i R$ $i = u / R$	$u = \frac{1}{C} \int i dt$ $i = C \frac{du}{dt}$	$u = L \frac{di}{dt}$ $i = \frac{1}{L} \int u dt$
technisches Bauelement			
einfache Ersatzschaltung	C_R Kappenkapazität L_R Wicklungsindukt.	R_C Verlustwid. des Diel. L_C Wickelinduktivität	R_L Drahtwiderstand R_{Fe} Verlustwid. Eisen C_L Windungskapazität

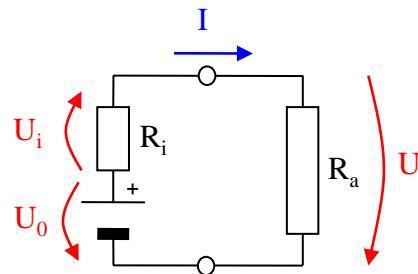
7. Analyse elektrischer Stromkreise und Netzwerke

7.1 Grundstromkreis

Ein Grundstromkreis besteht aus dem einfachsten aktiven und dem einfachsten passiven Zweipol.

Der **einfachste** aktive Zweipol besteht aus einer **idealen Quelle** (U_0) und einem Element zur Darstellung der inneren Verluste (**Innenwiderstand** R_i).

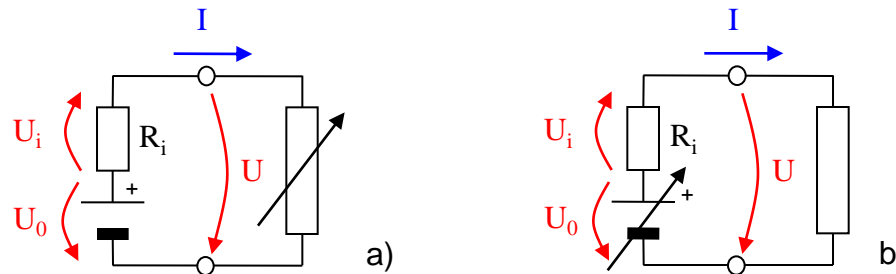
Der **einfachste** passive Zweipol besteht aus einem Element zur Darstellung der Energiewandlung (**Lastwiderstand** oder **Außenwiderstand** R_a).



Eine Analyse des Grundstromkreises verdeutlicht in repräsentativer Weise viele Zusammenhänge und Probleme aller Stromkreise der verschiedensten Anwendungen und wird deshalb an den Anfang gestellt.

Z.B. Batterie \leftrightarrow Lampe, Audioverstärker \leftrightarrow Lautsprecher

Kennlinien stellen die Betriebszustände eines Elementes, Gerätes oder einer Anlage dar.

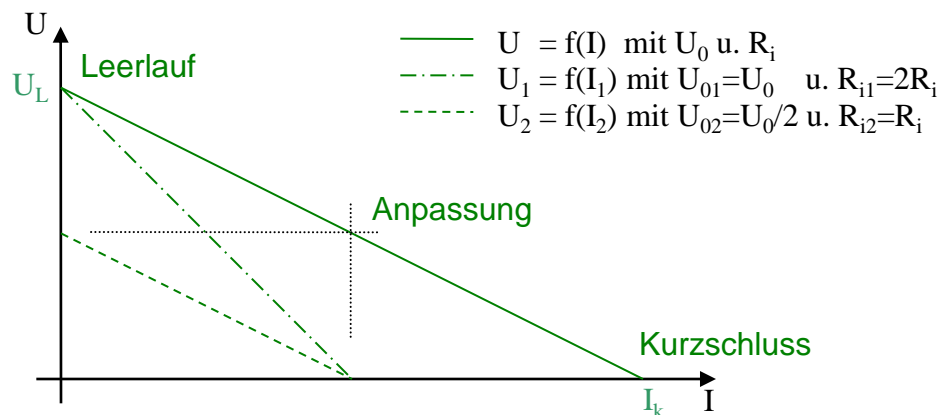


Testlast im Bereich der zulässigen Belastung (im Idealfall von $0 \leq R_a < \infty$).

Testquelle von $0 \leq U \leq U_{\max}$ oder $U(I=I_{\max})$

Der Maschensatz (Umlauf im Uhrzeigersinn) wird: $0 = U_i + U - U_0$

Kennlinie des aktiven Zweipols (mit $U_i = R_i I$) zu: $U = U_0 - R_i I$



Drei Parameter stehen beim aktiven Zweipol (U_0 , R_i und I_k). Zwei Parameter sind unabhängig (gemäß $U_0 = R_i I_k$).

Der aktive Zweipol wird durch **zwei Parameter** eindeutig gekennzeichnet.

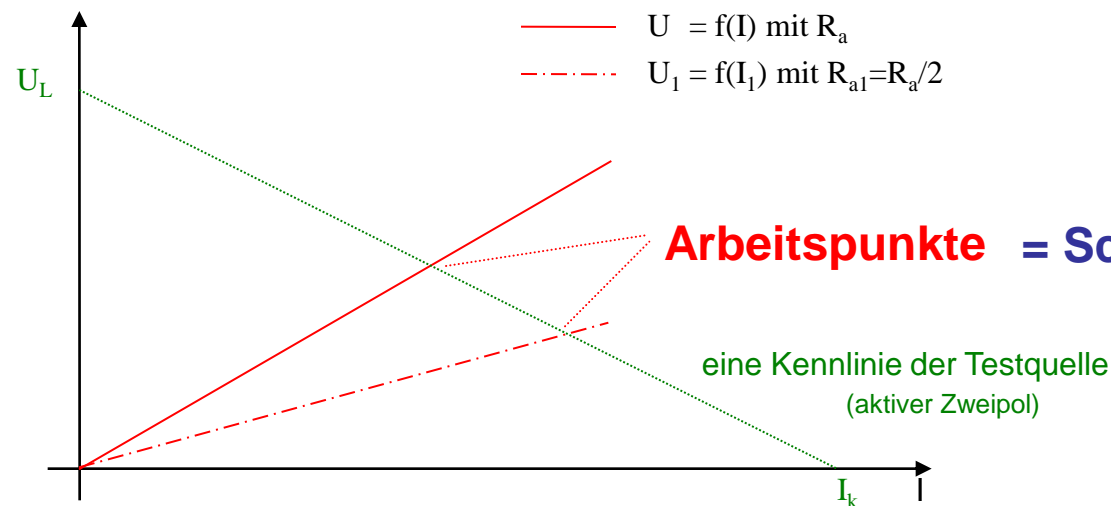
Beim aktiven Zweipol treten drei besondere Fälle auf:

- Für $I = 0$ (kein Laststrom, $R_a = \infty$), d.h. **Leerlauf**, wird die Klemmenspannung zur Leerlaufspannung $U_L = U(I=0) = U_0$ (größtmögliche Lastspannung, $R_a = \infty$).
- Für $U = U_i$ (bei $R_a = R_i$), d.h. **Anpassung** (gleich große innere Verluste wie der Umsatz am Lastwiderstand), wird $U = U_0/2$ und $I = I_k/2$.
- Für $I = I_k$ (Kurzschlussstrom, größtmöglicher Laststrom, $R_a = 0$), d.h. **Kurzschluss**, wird die Klemmenspannung zu $U(I=I_k) = 0$.

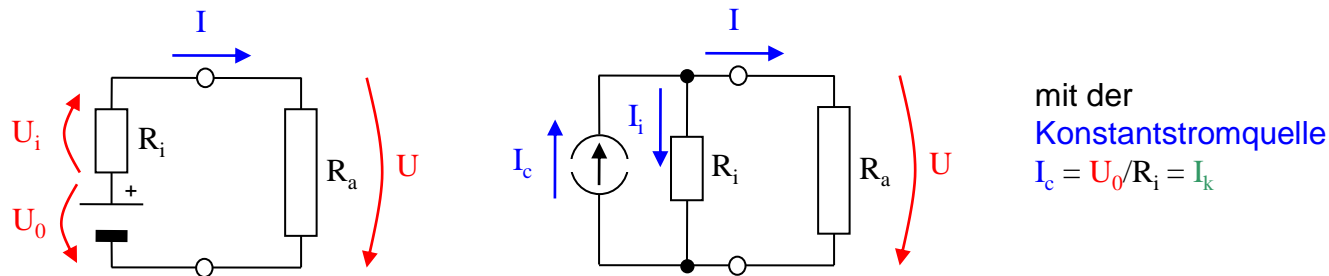
Kennlinie des passiven Zweipols:

$$U = I R_a$$

Der passive Zweipol wird durch **einen Parameter** eindeutig gekennzeichnet.



Für aktiven Zweipol zwei **elektrisch** gleichwertige Ersatzschaltungen



Ersatzschaltungen sind **nicht gleichwertig** bezüglich der **Energiewandlung**

Leerlauf: $P_v = 0$

$P_v = U_L I_i = U_L I_c$

Kurzschluss: $P_v = U_i I_k = U_0 I_k$

$P_v = 0$

Spannungsquellen-Ersatzschaltung: chemische Batterien, Akkus, Generatoren

Stromquellen-Ersatzschaltung: Solarbatterie, Bandgenerator, Influenzmaschine

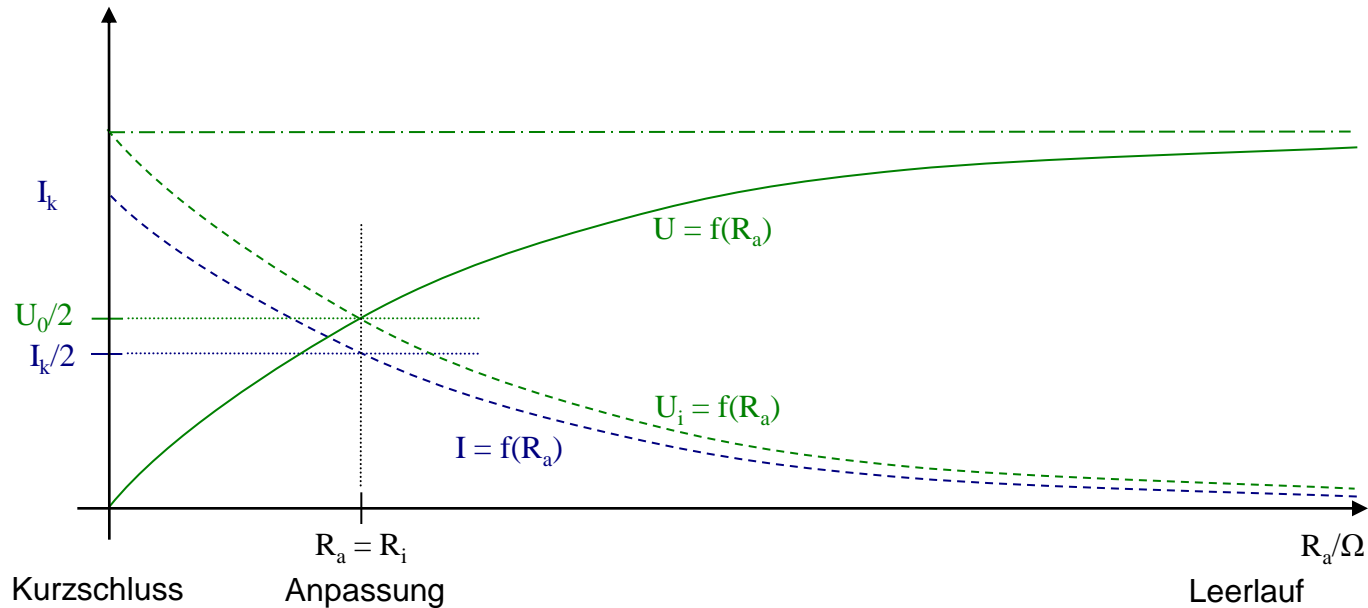
Auch **im praktischen Einsatz** von Quellen geben die dargestellten einfachsten Ersatzschaltungen die **wesentlichen Eigenschaften** wieder.

Weitere Effekte: Selbstentladung, Alterung, Temperaturabhängigkeiten u.ä.
nichtlinearen Kennlinien (z.B. die Solarbatterie)

Analyse des Verhaltens des aktiven Zweipols in Abhängigkeit vom Lastwiderstand $U_0, U_i, U, I, P_{ges}, P_i, P_a$ und η als $f(R_a)$

$I =$	$U_0 / (R_i + R_a)$	$= U / R_a = U_i / R_i$
$U =$	$I R_a = U_0 R_a / (R_i + R_a)$	oder $U / U_0 = R_a / (R_i + R_a)$
$U_i = U_L - U =$	$I R_i = U_0 R_i / (R_i + R_a)$	oder $U_i / U_0 = R_i / (R_i + R_a)$
aus Messwerten	aus Berechnung	

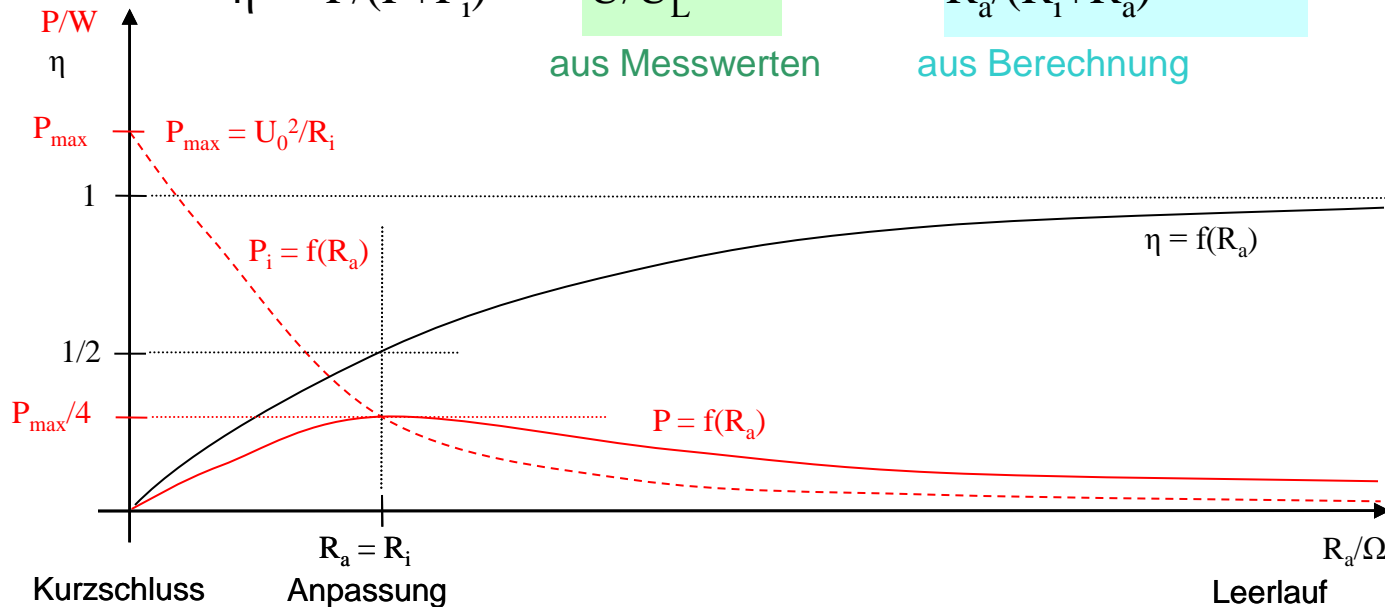
mit $R_a = U/I$



$$\begin{array}{l}
 P = \\
 P_i = I U_i \\
 \eta = P/(P+P_i)
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 I U \\
 = I (U_L - U) \\
 = U/U_L
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 = U_0^2 R_a / (R_i + R_a)^2 \\
 = U_0^2 R_i / (R_i + R_a)^2 \\
 = R_a / (R_i + R_a)
 \end{array}$$

aus Messwerten

aus Berechnung



- Bei **Kurzschluss** erfolgt der größte Leistungsumsatz (aber **ausschließlich** als **Verlust**), an der Last ist die Leistung „Null“ und der Wirkungsgrad wird $\eta = 0$.
- Bei **Anpassung** sind die Verlustleistung und die Leistung an der Last gleich groß (je $P_{\max}/4$), an R_a ergibt sich **für die Last die maximal mögliche Leistung** und der Wirkungsgrad wird $\eta = 50\%$.
- In der **Nähe des Leerlaufs** strebt die Verlustleistung stärker gegen Null als die Leistung an der Last und der **Wirkungsgrad** geht gegen $\eta = 100\%$.

Theoretische Grundlagen und ihre Anwendung zur Analyse elektrotechnischer Prozesse

Anwendung	Informationstechnik	Mess- u. Sensortechnik	Energietechnik
Kurzschluss $I=I_k=I_{\max}$, $U=0$, $P_a=0$, $P_i=P_{\max}$ bzw. $P_i=0$	<ul style="list-style-type: none"> Schaltungsausgang kann einer Stromquelle entsprechen. Kurzschlussfestigkeit von Ein- bzw. Ausgängen sichern. 	<ul style="list-style-type: none"> Messwandler entspricht einer Stromquelle, die in der Nähe des Kurzschlusses den größten Ausgangsstrom hat. (Z.B. Fotoelement) 	<ul style="list-style-type: none"> Havariefall Muss durch Sicherheitsmaßnahmen verhindert werden.
Anpassung $I=I_k/2$, $U=U_L/2$, $P_a=P_{\max}/4$, $P_i=P_{\max}/4$	<ul style="list-style-type: none"> Hauptanwendung der Informationstechnik Bei der Signalübertragung, Signalverstärkung usw. liegt die höchste Signalleistung und somit das bestes Signal-Rausch-Verhältnis bzw. der beste Störabstand vor. (Rauschen und andere Störsignale wirken immer als Leistung.) 	<ul style="list-style-type: none"> Messwandler entspricht einem Leistungswandler der bei Anpassung die größte Ausgangsleistung abgibt. (Z.B. Messempfänger) 	<ul style="list-style-type: none"> Ist unbrauchbar, weil $\eta = 50\%$ völlig unakzeptabel ist. (Leistung bei Anpassung liegt im Normalfall weit über der Nennleistung und über der in der Konstruktion realisierten maximalen Belastbarkeit.)
Leerlauf In der Nähe des Leerlaufs: $I \approx 0$, $U=U_L$, $P_a \geq 0$, $P_i \approx 0$, bzw. $P_i \approx P_{\max}$ (für Stromquelle)	<ul style="list-style-type: none"> Schaltungsausgang kann einer Spannungsquelle entsprechen. Anwendung zur rückwirkungsfreien (belastungslosen) Kopplung zwischen Baustufen. Leerlaufkennwerte von Schaltungen (z.B. Leerlaufverstärkung) 	<ul style="list-style-type: none"> Messwandler entspricht einer Spannungsquelle, die in der Nähe des Leerlaufes die größte Ausgangsspannung hat. (Z.B. Tachogenerator, Thermolement) 	<ul style="list-style-type: none"> Hauptanwendung der Energietechnik Der Wirkungsgrad in der Nähe des Leerlaufs erreicht die notwendigen hohen Werte. Leerlauffestigkeit von Ein- bzw. Ausgängen sichern.

Aufgabe 7.1.1

Eine Starterbatterie (Bleiakku) hat eine Leerlaufspannung von 12 V. Während des Startvorgangs fließen 160 A und die Klemmenspannung fällt auf 11 V ab.

Frage 1: Wie groß ist der Innenwiderstand der Ersatzschaltung für diese Quelle?

Frage 2: Wie sieht die vollständige Kennlinie aus (grafische Darstellung)?

Frage 3: Welcher Bereich der Kennlinie ist praktisch nutzbar, wenn 200 A nicht überschritten werden dürfen?

Frage 4: Wo liegt dieser Bereich in der Darstellung für P und P_i als $f(R_a)$ in Bezug auf P_{\max} ?

Aufgabe 7.1.3

An einem Audioverstärker kann mit Lautsprechern von 4Ω eine Nennleistung von 80 W pro Kanal erreicht werden. Bei Betrieb mit Lautsprechern von 8Ω können nur 50 W entnommen werden.

Frage 1: Wie groß ist der Innenwiderstand eines Ausgangs des Audioverstärkers, wenn dieser im betrachteten Bereich konstant ist?

Frage 2: Wie groß wäre die Ausgangsleistung bei 8Ω , wenn die Ausgangsspannung von 4Ω auch bei 8Ω noch vorhanden wäre (d.h. const wie in unmittelbarer Leerlaufnähe)?

Aufgabe 7.1.2

An den Klemmen einer Blockbatterie werden $U_1 = 7,5 \text{ V}$ und $I_1 = 0,3 \text{ A}$ bei Belastung mit R_1 gemessen. Bei Belastung mit R_2 werden $U_2 = 8,5 \text{ V}$ und $I_2 = 0,1 \text{ A}$ gemessen.

Frage 1: Wie groß sind die Leerlaufspannung und der Innenwiderstand der Ersatzschaltung der Blockbatterie?

Frage 2: Warum reichen die zwei Messpunkte, um Frage 1 zu beantworten?

Aufgabe 7.1.5

An einem Solarpanel wurden die folgenden Messpunkte ermittelt.

U/V	21,7	20,5	19	17,5	10	5	0
I/A	0	0,5	1,5	3,0	3,2	3,3	3,4

Frage 1: Wie sieht die Kennlinie $U = f(I)$ aus (grafische Darstellung)?

Frage 2: Wie sieht die Kennlinie $P = f(I)$ aus (in die grafische Darstellung einfügen)?

Frage 3: Wo liegt der Maximum-Power-Point (MPP) und welche Bedeutung ist aus der Kennlinie für ihn abzulesen?