

## Übungsaufgabe 7.4.1

Zwei Blockbatterien wurden parallel geschaltet, um eine Last ausreichend zu versorgen. Durch unterschiedliche Ladezustände sind  $U_{01}$ ,  $U_{02}$  sowie  $R_{i1}$ ,  $R_{i2}$  nicht gleich.

$$U_{01} = 9 \text{ V}$$

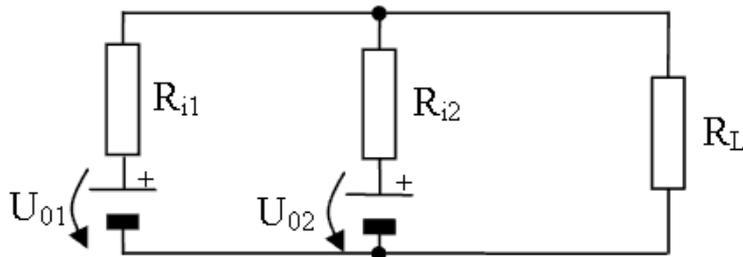
$$U_{02} = 8,1 \text{ V}$$

$$R_{i1} = 6 \text{ } \Omega$$

$$R_{i2} = 9 \text{ } \Omega$$

$$R_L = 18 \text{ } \Omega$$

**Darstellung:**



Damit die Indizes nicht zu sehr verwirren, gilt folgende Vereinbarung:

$R_{i1}$  ist jetzt  $R_1$

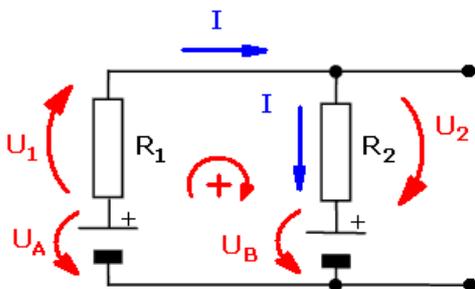
$R_{i2}$  ist jetzt  $R_2$

$U_{01}$  ist jetzt  $U_A$

$U_{02}$  ist jetzt  $U_B$

**Frage 1:** Wie groß ist der Strom durch  $R_L$ ?

a) Wir setzen zunächst für  $R_L$  den Wert  $\infty$ , um die Leerlaufspannung an den Klemmen von  $R_L$  zu bestimmen. Daraus ergibt sich folgende Schaltung:



Wir haben eine Masche. Für diese Masche gilt:

$$U_1 + U_2 + U_B - U_A = 0$$

Alle Spannungen, deren Richtung im Umlaufsinn zeigt, werden positiv gezählt. Und alle Spannungen, deren Richtung gegen den Umlaufsinn zeigt, werden negativ gezählt.

Der gewählte Umlaufsinn ist dargestellt durch den Pfeil im Uhrzeigersinn mit einem "+"-Zeichen darin.

Als nächsten Schritt wandeln wir die Spannungen, soweit möglich, in Produkte von Strom und Widerstand (nach  $U = I \cdot R$ ):

$$I \cdot R_1 + I \cdot R_2 + U_B - U_A = 0$$

Wir wollen diese Gleichung nach  $I$  auflösen:

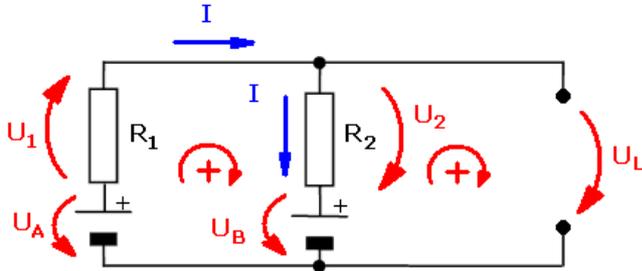
$$U_A - U_B = I \cdot (R_1 + R_2)$$

$$I = \frac{U_A - U_B}{R_1 + R_2}$$

Mit  $U_A = 9\text{ V}$ ,  $U_B = 8,1\text{ V}$ ,  $R_1 = 6\ \Omega$  und  $R_2 = 9\ \Omega$  erhalten wir für  $I$ :

$$I = \frac{U_A - U_B}{R_1 + R_2} = \frac{9\text{V} - 8,1\text{V}}{6\ \Omega + 9\ \Omega} = 60\text{mA}$$

Nun schauen wir uns die rechte Masche an:



Da  $R_L \rightarrow \infty$  heißt das, daß kein Strom durch  $R_L$  fließt.

$$-U_B - U_2 + U_L = 0$$

Als nächsten Schritt wandeln wir die Spannungen, soweit möglich, in Produkte von Strom und Widerstand (nach  $U = I * R$ ) um:

$$-U_B - I * R_2 + U_L = 0$$

Wir wollen diese Gleichung nach  $U_L$  auflösen:

$$U_L = U_B + I * R_2$$

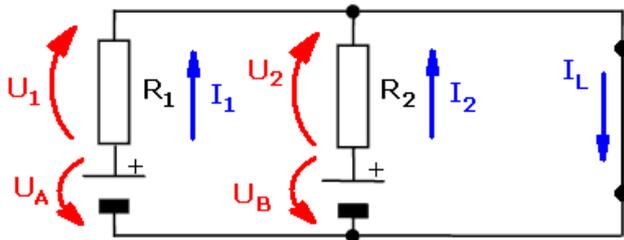
Mit  $U_B = 8,1\text{ V}$ ,  $R_2 = 9\ \Omega$  und  $I = 60\text{ mA}$  erhalten wir für  $U_L$ :

$$U_L = U_B + I * R_2 = 8,1\text{V} + 0,06\text{A} * 9\ \Omega = 8,64\text{V}$$

Diese **Spannung** haben wir für den **Leerlauf** !!

Jetzt wollen wir den **Strom** bei einem **Kurzschluss** berechnen:

Für diesen einfachen Fall kann man den Kurzschlussstrom ganz einfach berechnen:



Der Strom  $I_L$  ist die Summe von  $I_1$  und  $I_2$ :  $I_L = I_1 + I_2$ .

Mit  $I_1 = \frac{U_A}{R_1} = \frac{9\text{V}}{6\ \Omega} = 1,5\text{A}$  und  $I_2 = \frac{U_B}{R_2} = \frac{8,1\text{V}}{9\ \Omega} = 0,9\text{A}$  ergibt sich also für  $I_L = I_1 + I_2$ :

$$I_L = I_1 + I_2 = 1,5\text{A} + 0,9\text{A} = 2,4\text{A}$$

Diesen **Strom** haben wir für den **Kurzschluss** !!

Jetzt haben wir zwei Punkte im I-U-Diagramm:

**Leerlauf:**  $P_1 (x_1, y_1) = (I_L, U_L) = (0\text{ A}, 8,64\text{ V})$

**Kurzschluss:**  $P_2 (x_2, y_2) = (I_L, U_L) = (2,4\text{ A}, 0\text{ V})$

Wir können jetzt mit diesen zwei Punkten die Geradengleichung ausrechnen. Dabei wird der Strom auf der x-Achse und die Spannung auf der y-Achse aufgetragen.

Die Grundgleichung einer Geraden lautet:

$$y = mx + b$$

**Leerlauf:**  $P_1 (x_1, y_1) = (I_L, U_L) = (0\text{ A}, 8,64\text{ V})$

**Kurzschluss:**  $P_2 (x_2, y_2) = (I_L, U_L) = (2,4\text{ A}, 0\text{ V})$

Als erstes rechnen wir  $m$  aus:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0V - 8,64V}{2,4A - 0A} = \frac{-8,64V}{2,4A} = -3,6 \frac{V}{A}$$

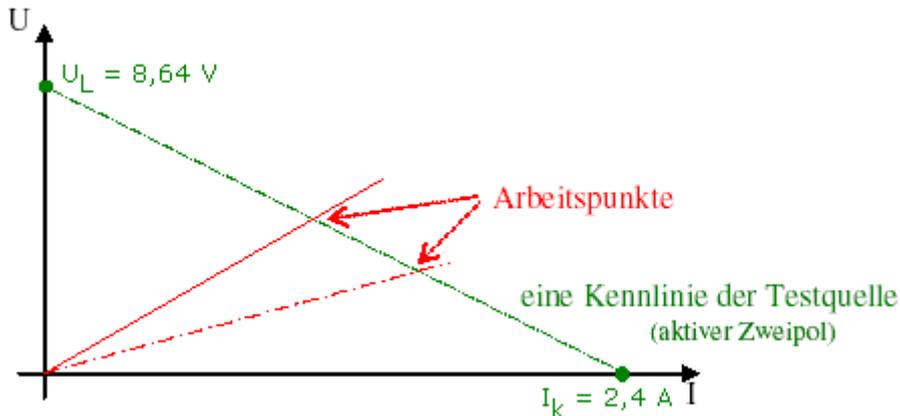
Nun berechnen wir  $b$ , indem wir für  $x$  und  $y$  die Werte für  $P_1$  oder  $P_2$  einsetzen:

$$b = y_1 - mx_1 = 8,64V - \left(-3,6 \frac{V}{A}\right) * 0A = 8,64V$$

Also haben wir:

$$U = \left(-3,6 \frac{V}{A}\right) I + 8,64V \quad (\text{bei } U \text{ entspricht } y \text{ und } I \text{ entspricht } x) .$$

Trägt man diese Werte in ein Diagramm ein, dann sieht das so aus:



### Kennlinie des passiven Zweipols

Wie interpretiert man nun dieses Diagramm ?

Je nach dem Wert von  $R_L$  nimmt die Spannung  $U_L$  und der Strom  $I_L$  Werte an, die sich auf dieser Geraden befinden:

Bei  $R_L = \infty$  (Leerlauf) ist  $U_L = 8,64 V$  und  $I_L = 0 A$ , bei  $R_L = 0$  (Kurzschluss) ist  $U_L = 0 V$  und  $I_L = 2,4 A$ .

Da wir den Strom  $I_L$  bei  $R_L = 18 \Omega$  haben wollen, muss der Schnittpunkt der geraden gesucht werden:

$$R_L I_L = U_{La} \equiv U_{La} = (-3,6\Omega) I_L + 8,64V$$

$$R_L I_L = (-3,6\Omega) I_L + 8,64V$$

$$(R_L + 3,6\Omega) I_L = +8,64V$$

$$I_L = \frac{+8,64V}{R_L + 3,6\Omega} = \frac{+8,64V}{18\Omega + 3,6\Omega} = 0,4A$$

Damit ist der Strom durch  $R_L$  gleich  $0,4 A$  und es wird:

$$U_{La} = R_L I_L = 18\Omega \cdot 0,4A = 7,2V$$

Frage 2: Welcher Strom fließt, wenn beide Batterien  $9 V$  und  $R_i = 6 \Omega$  hätten?

Die Geradengleichung lautet mit diesen Werten:

$$U = \left(-3 \frac{V}{A}\right) I + 9V$$

und es wird

$$I_L = \frac{+9V}{R_L + 3\Omega} = 0,427A$$