

## Theoretische Untersuchungen des Impulsverhaltens von Lumineszenzdioden

von Erich Boeck

Aus den DGL der Leitungsvorgänge in Halbleitern läßt sich ein Modell (Ersatzschaltung) mit verteilten Parameter ableiten, das diese DGL vollständig erfüllt. Daraus ergibt sich durch schaltungstechnische Vereinfachungen eine Ersatzschaltung für den PN-Übergang, die auch das Zeitverhalten der Lichtstrahlung richtig wiedergibt.

### 1. Einleitung

Bei der Anwendung von Lumineszenzdioden für meßtechnische Aufgaben entstanden Fragen nach einer Beschreibung des Schaltverhaltens oder Impulsverhaltens. Dabei kam es vor allem auf den zeitlichen Zusammenhang von Lichtstrahlung mit Strom und Spannung an (Abb. 1).

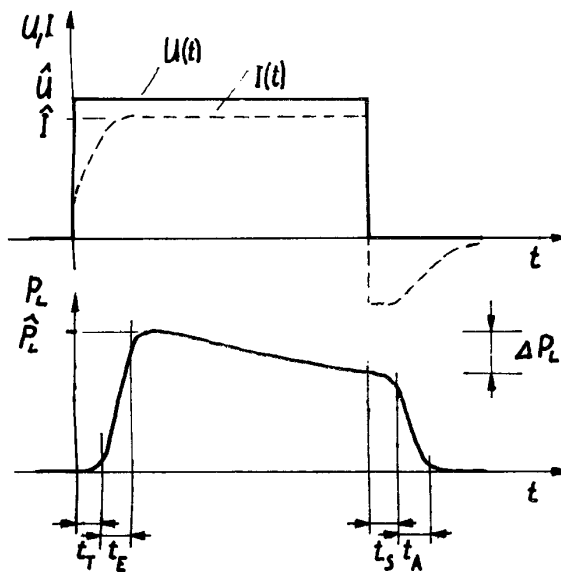


Abb. 1  
 Zusammenhang von U, I und der Lichtstrahlung (schematisch)

In der Literatur vorhandene analytische Berechnungen [1] (sowie daraus hervorgegangene Ersatzschaltungen [2]) ließen sich nicht mit befriedigenden Ergebnissen für die Lichtstrahlung erweitern, da die zur Lösung der DGL notwendigen Vereinfachungen und Annahmen für Rand- und Anfangsbedingungen zu grob sind, bzw. ermöglichen keine geschlossene Darstellung [3]. Eine Berechnung der DGL mittels Rechner (wie bei Bauelementherstellern zur Optimierung des Bauelements üb-

lich) ist für den Anwender für eine Schaltungsanalyse zu ungünstig und zu aufwendig. Deshalb mußte ein anderer Weg beschritten werden.

### 2. DGL – Modell mit verteilten Parametern

Zur korpuskularen Beschreibung der Leitungsvorgänge in Halbleitern stehen die Transportgleichungen:

$$\vec{S} = \vec{S}_n + \vec{S}_p + \frac{\partial}{\partial t} (\epsilon \cdot \vec{E})$$

$$\vec{S}_n = q b_n n \vec{E} + q D_n \text{grad } n \quad (1)$$

$$\vec{S}_p = q b_p p \vec{E} - q D_p \text{grad } p$$

die Kontinuitätsgleichungen:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = g_p - r_p n p - \frac{1}{q} \text{div } \vec{S}_p$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = g_n - r_n n p + \frac{1}{q} \text{div } \vec{S}_n \quad (2)$$

und die Poissonsche DGL

$$\text{div} (\epsilon \vec{E}) = \rho \quad \text{mit } \vec{E} = -\text{grad } \varphi \quad (3)$$

zur Verfügung. Die weiteren Maxwell'schen DGL können unberücksichtigt bleiben, da der Einfluß des Magnetfeldes vernachlässigt (die Eindringtiefe infolge des Skin-Effektes ist größer als die Bauelementenabmessungen) bzw. in einer eindimensionalen Darstellung nicht betrachtet werden kann.

Vergleicht man die Gleichungen (2), in die (1) für  $S_n$  und  $S_p$  einzusetzen ist, mit der Gleichung der Telegrafenerleitung

$$\frac{\partial C' U}{\partial t} = -G' U + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{R'} \frac{\partial U}{\partial x} \right) \quad (4)$$

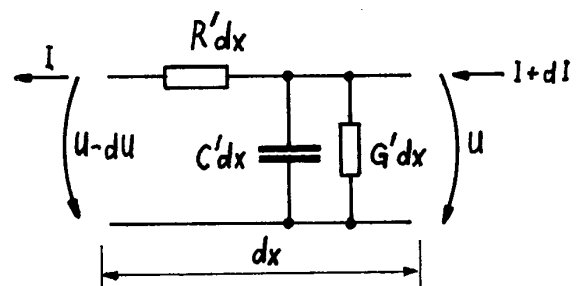


Abb. 2  
 Telegrafenerleitung ( $R'$ ,  $C'$ ,  $G'$  – auf die Länge bezogene Elemente)

so stellt man eine Übereinstimmung in der mathematischen Form und in der Dimension bis auf den Faktor  $q$  für (2) fest. Das wurde in der Literatur bereits ausgenutzt, um die Leitung der Minoritätsträger in einem Bahngebiet zu berechnen, wo der Feldeinfluß vernachlässigt werden kann [4]. Zur Beschreibung der gesamten Leitungsvorgänge entsteht das Problem, daß der Diffusionsstrom und der Feldstrom durch einen Term von (4) dargestellt werden müssen, aber der Diffusionsstrom vom Gradienten nur eine Trägersorte, dagegen der Feldstrom vom Feld beider Trägersorten abhängen. Dieses Problem läßt sich entweder mathematisch formal [5] oder durch zwei miteinander verkop-

wird, während der Strom direkt immer nur in die benachbarten Elemente fließt. In der Regel sind alle Elemente von den Trägerkonzentrationen und somit von  $x$ ,  $y$ ,  $z$  und  $t$  abhängig. Während diese Abhängigkeit z. B. bei  $C_V'' = \epsilon$  sehr gering sein kann, ist sie bei anderen Elementen (z. B.  $R_F'' = 1/x$ ) sehr stark ausgeprägt.

Für ein gegebenes Bauelement muß eine Leitung aufgebaut werden, deren Abmessungen denen des Bauelements entsprechen und deren Elemente sich aus dem Material und dem Dotierungsprofil in Abhängigkeit vom Ort ergeben. Die Leitung hat dann das Verhal-

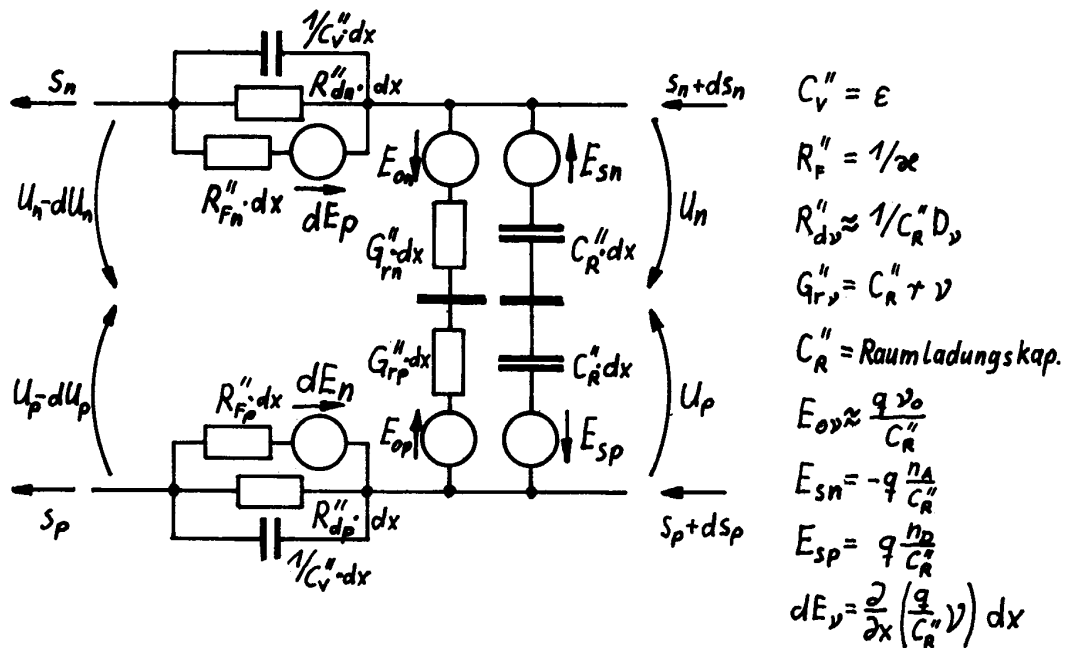


Abb. 3  
Modell mit 2 gekoppelten Leitungen ( $\nu = n$  oder  $p$ )

pelte Leitungen (für Elektronen- und Löcherstrom) lösen [5] (Abb. 3). Aus den Maschen- und Knotenpunkt-sätzen von Abb. 3 ergeben sich dann die DGL (1), (2) und (3), d. h. das Modell in Abb. 3 erfüllt diese DGL vollständig.

Es zeigt sich, daß jeder physikalische Effekt genau mit einem Element des Modells korrespondiert. Die Rekombination und damit auch die Lichtstrahlung sind eindeutig in dem Modell enthalten. Es ist möglich, verschiedene Rekombinationsmechanismen (z. B. direkte Rekombination, Rekombination über Störstellen ...) gesondert darzustellen. Genauso ist es möglich, z. B. noch die Fotogeneration u. ä. einzubeziehen. Dieses Modell läßt sich auch räumlich entwerfen, und man kann in diesem Fall das Magnetfeld einbeziehen. Die Darstellung des Magnetfeldes verkompliziert das Modell allerdings wesentlich, da durch die Induktion auch auf entfernt liegende Elemente der Leitung eingewirkt

ten des Bauelements, soweit es in (1), (2) und (3) enthalten ist. Zur Untersuchung der Leitung kann man zu kleinen räumlichen Differenzen übergehen und erhält ein diskretes elektr. Netzwerk, das mit den Methoden der Netzwerkanalyse berechnet werden kann. Die Nichtlinearität der Elemente wird eine solche Netzwerkanalyse erschweren, während der Aufbau der Leitung (es gibt nur einen Knotenpunkt pro Teilstück) günstig ist. Anfangs- und Randbedingungen, wie bei einer Berechnung über DGL (z. B. beim Übergang zu anderem Halbleitermaterial, an den Elektroden ...), ergeben sich zwangsläufig durch den Aufbau der Leitung einschließlich äußerer Spannungsquellen.

### 3. Ersatzschaltung für den pn-Übergang

In Hinblick auf die Erstellung einer Ersatzschaltung für die Lumineszenzdiode wurde die Leitung so stark vereinfacht wie möglich.

Dazu wurden:

- Die Leitung in nur 3 Teile geteilt (Bahngebiete und Raumladungszone),
- parallel oder in Reihe liegende Elemente zusammengefaßt,
- die Elemente gegeneinander abgeschätzt, die mit geringem Einfluß vernachlässigt sowie
- die Elemente aus dem stationären Verhalten mit hoher Injektion theoretisch bestimmt.

Auf diese Weise erhält man eine Ersatzschaltung (Abb. 4), für die alle Elemente durch Messungen an den Klemmen des Bauelementes bestimmt werden können [5]. Diese beinhaltet 2 nichtlineare Widerstände ( $R_B, 1/G_R$ ), eine nichtlineare Kapazität ( $C_V$ ) und die konstante Spannungsquelle  $U_D$ . Bei sehr hoher Injektion müßte eine 2. nichtlineare Kapazität ( $C_R$ ) berücksichtigt werden, und für den Sperrbereich kann man eine Stromquelle zur Darstellung des Photoeffektes hin-

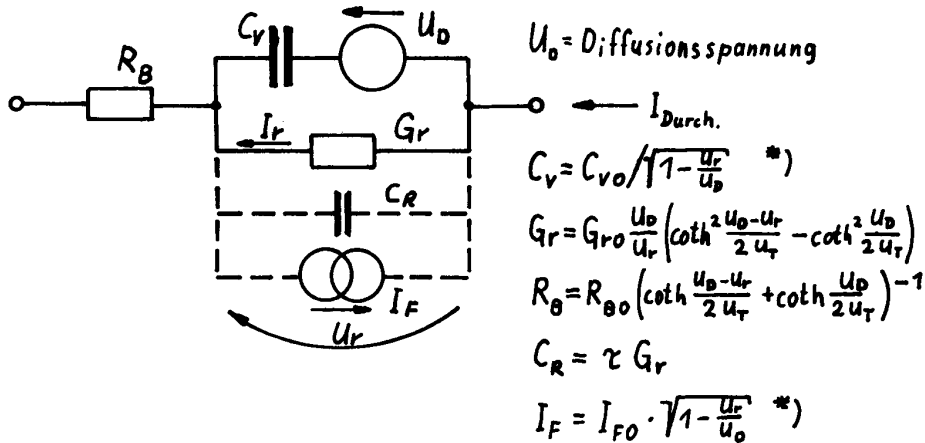


Abb. 4  
Ersatzschaltung für Lumineszenzdiode  
(\*) = für abrupten pn-Übergang)

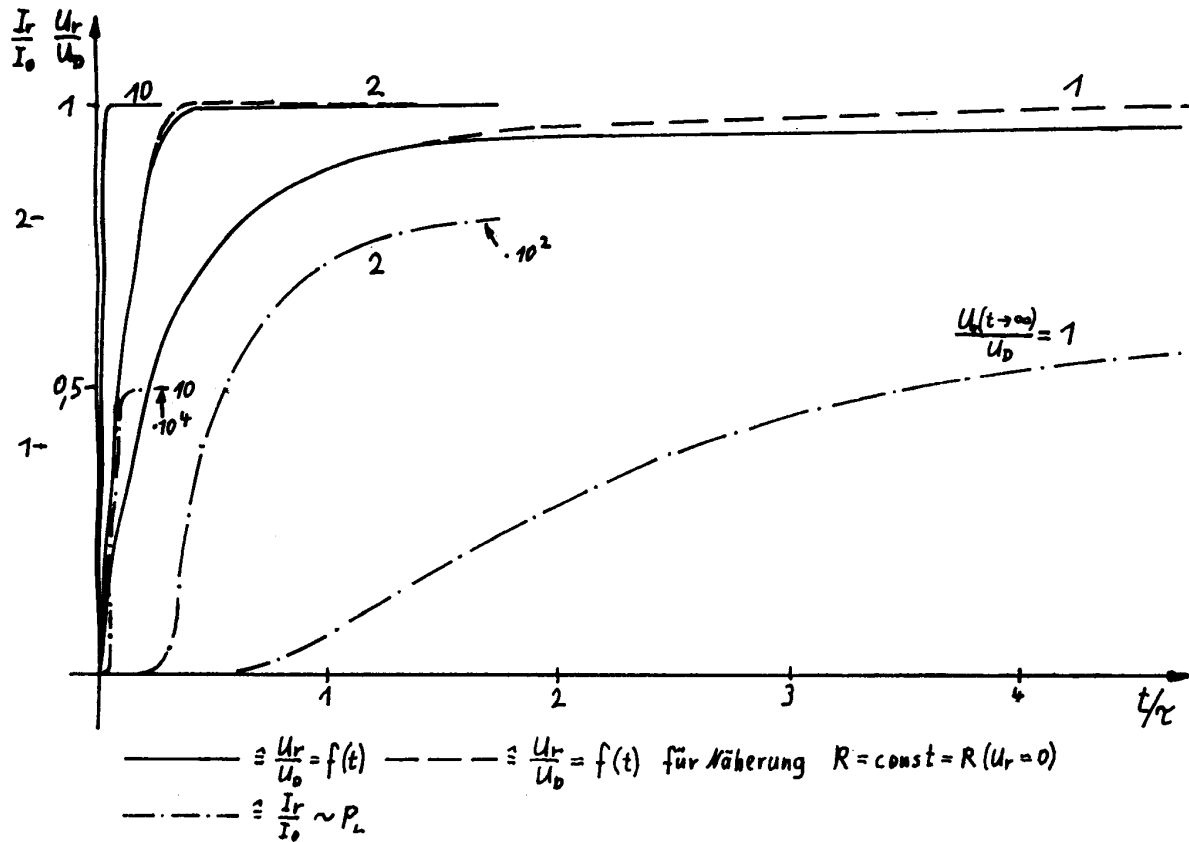


Abb. 5  
Ur, Ir als Funktion der Zeit (Parameter Ur ( $t \rightarrow \infty$ ))

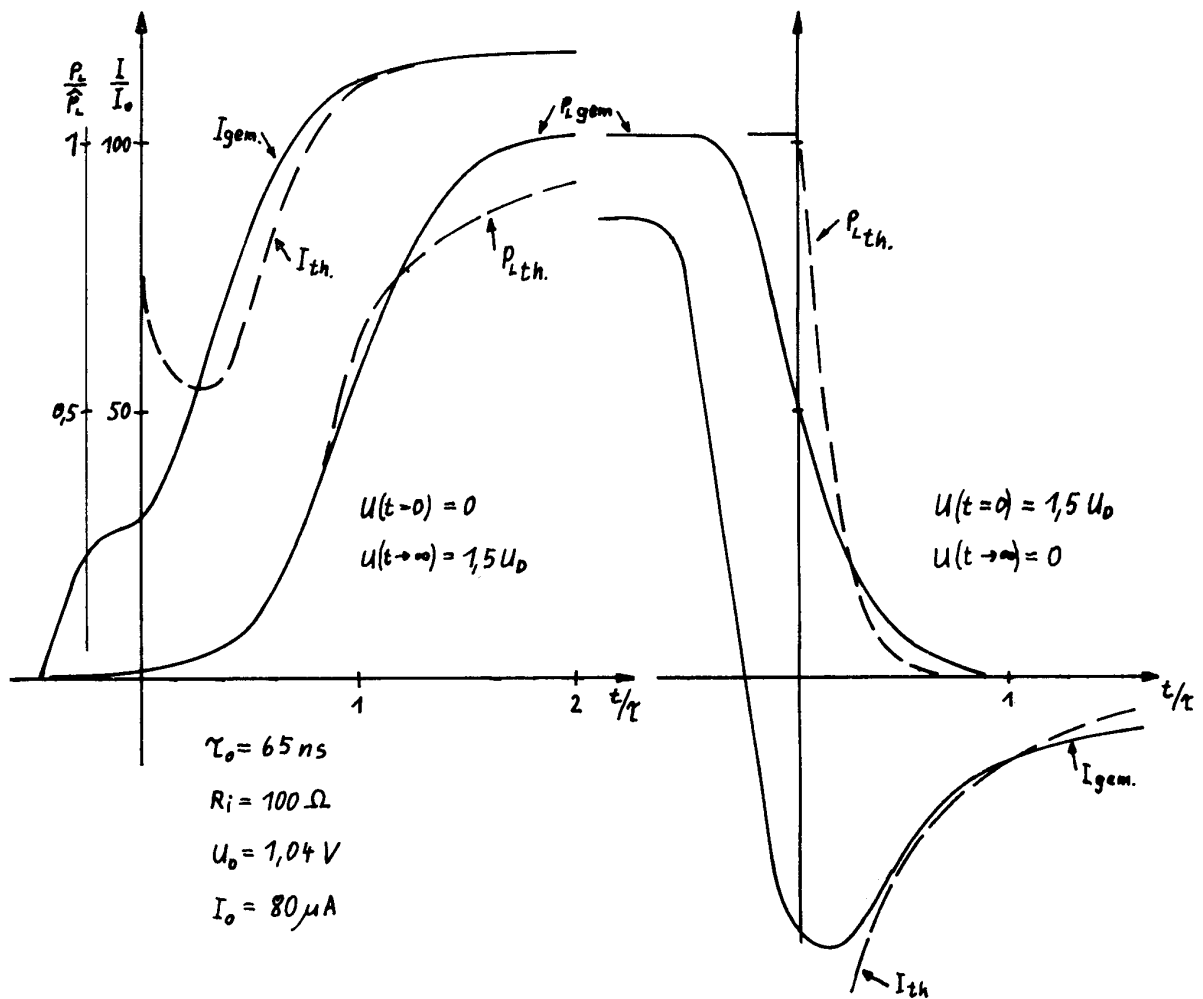


Abb. 6  
 I,  $P_L$  als Funktion der Zeit (gemessen und theoretisch)

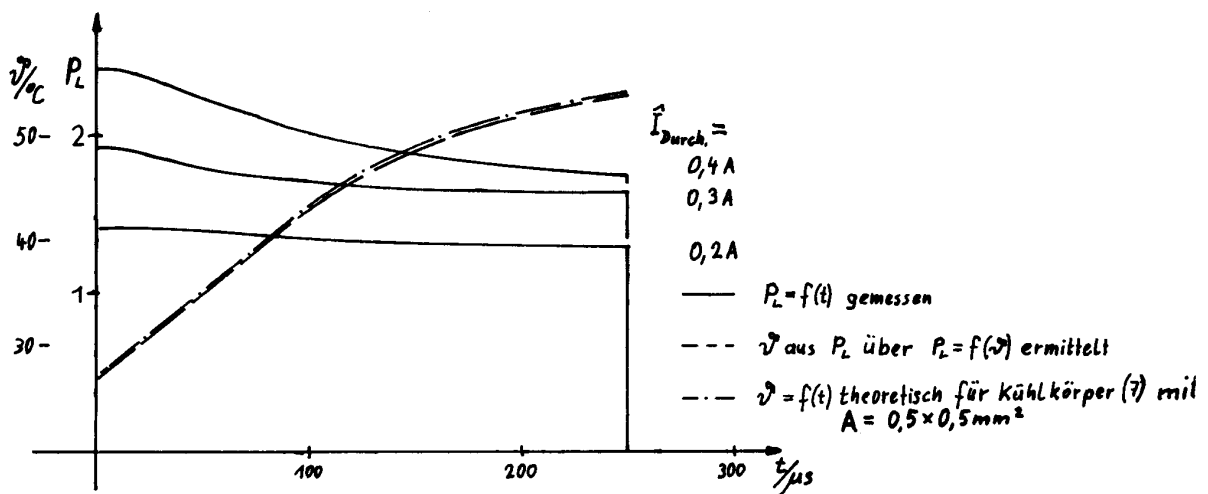


Abb. 7  
 Temperaturverhalten von Lumineszenzdioden

zufügen. Die Lichtstrahlung ist direkt proportional dem Strom durch den Rekombinationsleitwert ( $G_r$ ). Dabei ergibt sich allerdings eine recht starke Temperaturabhängigkeit für strahlende und nichtstrahlende Rekombinationsvorgänge.

Für diese Ersatzschaltung wurde das Schaltverhalten (Ein- und Ausschalten) für Spannungsquellen mit verschiedenen Urspannungen und Innenwiderständen ( $R_1$ ) berechnet. Es zeigt sich, daß das Zeitverhalten durch

$$\tau = C_v \cdot (R_1 + R_B) \parallel 1/G_r = C_v \cdot R \quad (5)$$

$$\tau_0 = \tau(U_r = 0) \quad (6)$$

bestimmt wird. Hierbei ist  $R$  in weiten Bereichen als konstant anzusehen (Vergleiche Abb. 5). Das erklärt auch den relativ geringen Einfluß auf die Sprungantwort für Strom und Spannung der Diode, die auch noch weitgehend richtig wiedergegeben werden, wenn  $R$  als konstant angenommen würde. Bei hoher Injektion wäre lediglich das Berücksichtigen der Modulation des Bahnwiderstandes notwendig (z. B. in bekannten Ersatzschaltungen durch eine Induktivität [2]). Für die Lichtstrahlung gibt es nur brauchbare Ergebnisse (vergleiche Abb. 5), wenn die Nichtlinearitäten alle voll berücksichtigt werden. Das erklärt sich damit, daß die Strahlung ( $P_L \sim I_r$ ) erst beginnt, wenn  $U_r$  seinen Endwert praktisch erreicht hat (vergleiche Abb. 5) und somit die Nichtlinearitäten den Verlauf bestimmen. D. h. weitere Vereinfachungen sind an der Ersatzschaltung nicht mehr möglich.

Zur Kontrolle wurden für Dioden VQA 11 die Parameter der Ersatzschaltung bestimmt, damit das Schaltverhalten berechnet und mit Messungen an den gleichen Dioden verglichen. Abb. 6 zeigt eine recht gute Übereinstimmung. Die Abweichungen erklären sich im wesentlichen aus der endlichen Anstiegszeit der Spannungsimpulse (50 ns). Der Fehler der Parameterbestimmung lag bei 10 %.

Bei den Messungen wie Berechnungen zeigte sich für das Impulsverhalten ein starker Einfluß der Parameter der Ansteuerung (Innenwiderstand, Urspannung bzw. Durchlaßstrom) auf das Zeitverhalten ( $t_T$ ,  $t_E$ ,  $t_S$ ,

### Zusammenfassung

Es wurde eine Ersatzschaltung für den PN-Übergang erarbeitet, die für Strom, Spannung und für die Lichtstrahlung das Zeitverhalten beschreiben kann. Die Elemente der Ersatzschaltung können durch Messungen am Bauelement bestimmt werden. Durch Hinzufügen des Temperaturverhaltens kann außerdem der Abfall der Strahlung bei längeren Impulsen beschrieben werden. Dadurch ist der Einfluß der Ansteuerlektronik (Innenwiderstand, Durchlaßstrom, Sperrspannung), aber auch der Einfluß der Länge der Ansteuerimpulse auf das Zeitverhalten zu berechnen.

Durch den Übergang zur Kleinsignalaussteuerung und damit zu differentiellen Widerständen und Kapazitäten erhält man die bekannte Ersatzschaltung für Dioden mit den bekannten Abhängigkeiten für die Elemente entsprechend dem gewählten Arbeitspunkt [2].

Der Weg, der für die Erarbeitung gewählt wurde, d. h. ausgehend von den DGL ein Modell mit verteilten Pa-

rametern zu erarbeiten, gab die Möglichkeit, eine Reihe von Schwierigkeiten der analytischen Berechnung zu umgehen. Das dabei geschaffene Modell läßt sich auf räumliche Anordnungen erweitern, ein Magnetfeld und das Temperaturverhalten lassen sich einbeziehen.

### 4. Einfluß der Eigenerwärmung auf das Impulsverhalten

Durch die starke Temperaturabhängigkeit der Strahlung muß der Einfluß der Eigenerwärmung auf die Impulsform berücksichtigt werden. So zeigen die Lichtimpulse bis zu Impulsängen im Bereich von  $\mu s$  einen Dachabfall, der mit höherem Durchlaßstrom schnell größer wird (Abb. 7). Bei Kenntnis der Temperaturabhängigkeit der Strahlungsintensität läßt sich daraus  $\vartheta = f(t)$  ermitteln (Abb. 7). Die Berechnung für eine einfache Geometrie des Kühlkörpers (Halbkugel mit  $2\pi r_a^2 = A$  und  $r_a \rightarrow \infty$ ) mit Hilfe der instationären Wärmeleitung [5]

$$\vartheta_K = \hat{P} R_K \left[ 1 - e^{-\frac{t}{\tau_K}} \left( 1 - \operatorname{erf} \frac{t}{\tau_K} \right) \right] \quad (7)$$

zeigt bei Vergleich mit dem meßtechnisch ermittelten Verhalten einen wesentlichen Einfluß des Kühlkörpers. Ermittelt man für (7) aus dem gemessenen Temperatur-Zeit-Verhalten die Zeitkonstante, ergibt sich  $\tau_K \approx 400 \mu s$  (Kupfer hätte  $\tau_K = 348 \mu s$ ).

Für diese Zeitkonstante haben beide Kurven eine gute Übereinstimmung (vergleiche Abb. 7).

In der instationären Wärmeleitung werden schon seit langem el. analoge Ersatzschaltungen für Untersuchungen benutzt. Auch hier ergibt sich eine Schaltung mit verteilten Parametern, die der Telegrafenteilung entspricht [6]. Daraus folgt die Möglichkeit, durch eine 3. Leitung, die mit denen der Löcher- und Elektronenleitung verkoppelt ist, das Modell aus Abb. 3 zu erweitern. Die Wärmequellen entsprechen dann der Jouleschen Wärme durch die Stromleitung. Auf der anderen Seite könnte die Temperaturabhängigkeit der Elemente berücksichtigt werden. Außerdem können die Transportgleichungen (1) durch den Diffusionsstrom entsprechend grad  $T$  ergänzt werden.

rametern zu erarbeiten, gab die Möglichkeit, eine Reihe von Schwierigkeiten der analytischen Berechnung zu umgehen. Das dabei geschaffene Modell läßt sich auf räumliche Anordnungen erweitern, ein Magnetfeld und das Temperaturverhalten lassen sich einbeziehen.

### Резюме

Была разработана схема замещения для PN перехода, которая может дать описание временной характеристики тока, напряжения и светоизлучения. Элементы схемы замещения могут быть определены путем измерений на конструктивном элементе. Кроме того, путем добавления характеристики температуры можно дать описание падения излучения при более длительных импульсах. Это дает возможность рассчитать влияние управляющей электроники (внутреннее сопротивление, прямой ток, запирающее напряжение), а также влияние длины управляющих импульсов, на временную характеристику.

Путем перехода к малосигнальной модуляции и тем самым к дифференциальным сопротивлениям и емкостям, получают известную схему замещения диодов с известными зависимостями элементов соответственно выбранной рабочей точке [2].

Путь, выбранный для разработки, то есть составление модели с распределенными параметрами исходя из дифференциальных уравнений, дал возможность обойти ряд сложностей аналитического расчета. Созданная при этом модель может быть расширена на пространственные условия, а магнитное поле и характеристика температуры могут быть включены в эту модель.

### Summary

A replacement circuit which describes the response in time for current, voltage, and light emittance in PN junctions. The replacement circuit components can be determined by measurements performed on the component being replaced. If the temperature response is included, the drop in emittance during prolonged pulses can also be described. This permits calculation of the effects by the controlling electronic circuit (internal resistance, forward current, inverse voltage) and the effects of control pulse length on the response vs. time curve.

By changing to low voltage signal control, and thus to differential resistances and capacitances, we obtain the well-known replacement circuit for diodes with its well-known dependencies for the components according to the selected working point, [2].

The path chosen for elaborating the model, i.e. proceeding from the Dgl to obtain a model with distri-

buted parameters, permitted several difficulties associated with analytic calculations to be avoided. The model thus created can be extended to include spatial considerations, and magnetic fields and the temperature response can also be incorporated.

### Résumé

On a mis au point un circuit équivalent pour le passage positif-négatif qui permet de décrire l'opération en fonction du temps du courant, de la tension et de la radiation lumineuse. Les éléments du circuit équivalent peuvent être définis par des mesures effectuées sur l'élément de construction. En y ajoutant le comportement thermique, on peut en outre décrire la chute du rayonnement pour de plus longues impulsions. Ainsi, il faut calculer l'influence du système électronique de commande (résistance interne, courant direct, tension de blocage) et également celle de la longueur des impulsions de commande sur l'opération en fonction du temps.

Grâce à la transition à la modulation de faibles signaux et par là à des résistances et capacités différentielles, on obtient le circuit équivalent connu pour des diodes avec les fonctions connues des éléments selon le point de travail choisi [2].

Le procédé choisi pour la mise au point du circuit équivalent, c.-à.-d. l'élaboration d'un modèle possédant des paramètres répartis en se basant sur les équations différentielles, permet d'éviter toute une série de difficultés posées par le calcul analytique. Le modèle créé peut être étendu à des conditions d'espace, on peut inclure un champ magnétique et le comportement thermique.

### Literatur

1. KÖHLER, E.:  
Beitrag zum Impulsverhalten von pn-Übergängen  
Nachrichtenelektronik 10 (1960) 2, S. 62-67
2. MÖSCHWITZER, LUNZE:  
Halbleiterelektronik  
Verlag Technik Berlin 1973, S. 185
3. Б. В. ЦАПЕНКОВ: Переходные характеристики светодиодов ФТП Ленинград 5 (1971) 8, S. 1494, 5 (1971) 12, S. 2306, 6 (1972) 11, S. 2154, 6 (1972) 12, S. 2364 und 7 (1973) 1, S. 203
4. PAUL, R.:  
Transistoren  
Verlag Technik Berlin 1964
5. BOECK, E.:  
Theoretische Untersuchungen zum Impulsverhalten von Lumineszenzdiolen für die Anwendung bei Meßaufgaben  
Dissertation WPU Rostock 1974
6. GRÖBER, ERK und GRIGULL:  
Wärmeübertragung  
Springerverlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1955

Verfasser: Dr.-Ing. Erich Boeck  
Sektion Technische Elektronik der  
Wilhelm-Pieck-Universität Rostock