

Relativitätstheorie und Elektrotechnik

Die Untersuchungen zeigen, dass Begriffe und Zusammenhänge klarer werden, wenn von Beginn an die spezielle Relativitätstheorie einbezogen und auf nicht nachweisbare überflüssige „Mechanismen“ verzichtet wird (welche auch in der Quantenmechanik fehlen). So ist zu erkennen, dass das elektrische Feld (E) immer im aktuellen Beobachtungssystem von einer ruhenden Probeladung „gemessen“ wird. Es kann darüber hinaus ein invariantes Gesamtfeld aus der Kraft einer bewegten Ladung auf eine ebenfalls bewegte Probeladung definiert werden. Neben einem elektrischen Potential ergibt sich daraus sofort auch das Vektorpotential. Das Induktionsgesetz für die „Ruheinduktion“ kann unmittelbar aus der Vorstellung einer Ausbreitung von Stromänderungen mit endlicher Geschwindigkeit entlang eines Leiters aus dieser Kraft abgeleitet werden.

Damit lässt sich eine plausible Vorstellung begründen, bei der alle Vorgänge von einer Ladung ausgehen und sich nach dem Nahwirkungsprinzip in den Raum ausbreiten. Für die Elektrotechnik ist hierbei nur das mathematisch formulierte Ergebnis dieser Wirkung von Bedeutung, nicht aber ihr eigentlicher „Mechanismus“.

Entsprechend experimenteller Erfahrungen können vier axiomatische Forderungen als Ausgangspunkt dienen.

- AF1 Nach dem Prinzip der Nahwirkung muss für die **integrale Bilanz zur Neutralität** zwischen „getrennten“ Ladungen eine Verbindung bestehen.
- AF2 Zusätzlich steht die **Bewegung der Ladungen in einer integralen Bilanz** (Ladungsbewegung im geschlossenen Stromkreis).
- AF3 Die **Kraft einer Ladung** auf eine ruhende Probeladung ergibt sich nach dem **Coulomb'schen Gesetz**.
- AF4 Die **Kraft einer bewegten Ladung** auf eine bewegte Probeladung ergibt sich außerdem nach der **Lorentzkraft**.

Die **Maxwell'schen Gleichungen** folgen sodann unmittelbar aus diesen Forderungen und genauso ist darin das **Relativitätsprinzip der speziellen Relativitätstheorie** enthalten.

Andererseits können die Forderungen AF2 und AF4 mit Hilfe der speziellen Relativitätstheorie aus den Forderungen AF1 und AF3, welche bei ruhenden Ladungen sehr gut direkt nachzuweisen sind, hergeleitet werden.

Es ergibt sich durch die Untersuchungen eine Möglichkeit, das Magnetfeld anders zu fassen. Die genannten Vorstellungen funktionieren (auch mit diesem Magnetfeld) ohne Bruch bis in die vierdimensionale relativistische Elektrodynamik.

1 Begriffe des Feldes bei ruhenden Ladungen

1.1 Ausgangspunkt elektrische Ladung

Die Ladung wählen wir als **einzigen Ausgangspunkt**, weil sie als Naturgröße betrachtet und vielfältig nachgewiesen werden kann. In der Natur gibt es positive und negative Ladungen, immer in gleicher Menge, also ausgeglichen. Es kann aber zeitweilig in begrenzten Gebieten durch Ladungstrennung (z.B. durch Reibung) ein Überschuss bzw. Mangel erzeugt werden, auch wenn insgesamt der Ladungsausgleich immer bestehen bleibt.

Für die elektromagnetischen Vorgänge und somit die Elektrotechnik hat es sich bewährt, davon auszugehen, dass sich die Wirkungen der Ladung in Form einer Nahwirkung ausbreiten. Das Prinzip besteht darin, dass von der Ladung eine Wirkung nur auf ihre unmittelbare Umgebung erfolgt, diese dann die Wirkung wiederum auf ihre unmittelbare Umgebung weitergibt usw. An einem betrachteten Raumpunkt kommt die Wirkung also mit einer entsprechenden Zeitverzögerung an. Für ruhende Ladungen sind in der „makroskopischen“ Elektrotechnik Beschreibungen für AF1 und AF3 anzugeben. Beide sind miteinander verbunden, beinhalten aber unterschiedliche Erfahrungen. Weil sich Ersteres

unabhängig vom Material und einer räumlichen Anordnung ausbreiten muss, soll ihm eine primäre Rolle zugestanden werden. (Bei praktischen Berechnungen wird z.B. in der Regel davon ausgegangen (vergleiche (Lun91 S. 169)).
(Ferner muss die Bewegung der Ladungen selbst beschrieben werden – Strom I.)

1.2 Verschiebungsfluss, -dichte und elektrisches Feld

Die von einer ruhenden Ladung ausgehende Wirkung zur Verbindung mit ihren Gegenladungen muss sich durch den dazwischen liegenden Raum ausbreiten. Durch eine geschlossene Hüllfläche um die Ladung (Abb. 1.1) wird unabhängig vom Material im Raum genau die **Information über die Menge der Ladung** (Bezeichnung Verschiebungsfluss Ψ) weitergeleitet (in Abb. 1.1 gerade $+Q$ = gesamter Verschiebungsfluss).

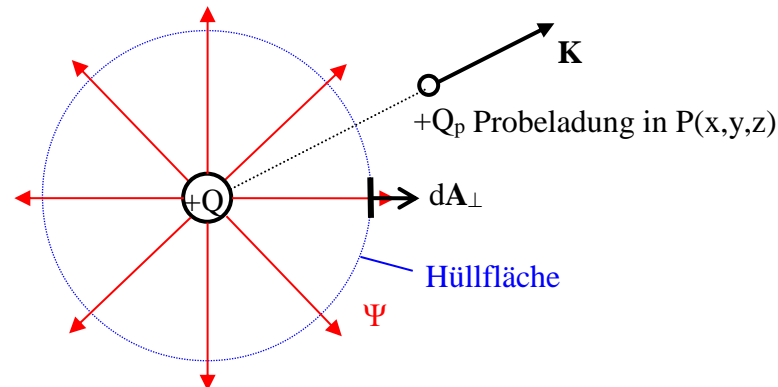


Abb. 1.1: Ladung mit Verschiebungsfluss und Probeladung

Der nicht unbedingt gleichmäßige Fluss in den Raum, wird durch die Definition einer Verschiebungsflussdichte \mathbf{D} beschrieben.

$$|\mathbf{D}| = \frac{d\Psi}{dA_{\perp}} \quad (1.1)$$

Dabei erfasst der Vektor \mathbf{D} den Anteil des Flusses Ψ , der durch ein senkrecht zu ihm stehendes Flächenelement (dA_{\perp}) tritt, und hat die Richtung der Ausbreitung der Nahwirkung (was hier als Fluss erscheint). Es gilt demnach der Zusammenhang

$$\oint_{\text{Hüllfläche}} \mathbf{D} \cdot d\mathbf{A} = \Psi_{\text{gesamt}} \equiv Q, \quad (1.2)$$

Damit wird die Vorstellung über den Verschiebungsfluss festgelegt und AF1 realisiert. Eine positive Ladung stellt in der mathematischen Beschreibung eine Quelle, eine negative eine Senke dar.

Befindet sich im Raumpunkt $P(x,y,z)$ neben einer ruhenden Ladung eine ruhende Probeladung $^1 (Q_p)$, so erfährt sie eine Kraft \mathbf{K} (Abb. 1.1). Der Begriff des elektrischen Feldes wird nun von der Größe der verwendeten Probeladung entkoppelt.

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{K}}{Q_p} \quad \mathbf{K} = Q_p \mathbf{E} \quad (1.3)$$

Die Definition (1.3) erfolgt also aus der **messbaren Kraft auf eine Probeladung**.

Mit dem elektrischen Feld und der Verschiebungsflussdichte werden **im Ergebnis** AF1 und AF3 beschrieben ². (Weil sich (1.1) bis (1.3) bewährt haben, bestehen sie bis heute.)

¹ Die Probeladung soll so klein sein, dass sie vernachlässigbare Rückwirkungen auf das Feld ausübt. Sie dient nur zur Messung.

² Bei ruhenden Ladungen tritt der Unterschied zu einer Fernwirkung noch nicht hervor.

Die Verschiebungsflussdichte und das elektrische Feld haben die gleiche Richtung – die Ausbreitungsrichtung der Nahwirkung – (siehe Abb. 1.1, radiale Richtung)³ und hängen über die Dielektrizitätskonstante (ϵ) unmittelbar zusammen. Der Zusammenhang $\mathbf{D} = \epsilon\mathbf{E}$ ist plausibel, da die Verschiebungsflussdichte unabhängig vom Material die vollständige Menge der Ladung übermitteln muss, die Kraftwirkung auf eine Probeladung aber durchaus vom umgebenden Material beeinflusst werden kann. Außerdem wird nachträglich die Form der Definitionen von Ψ und \mathbf{D} gerechtfertigt.

2 Begriffe mit Wirkungen bewegter Ladungen

Es ist nicht anzunehmen, dass von bewegten Ladungen gerade die gleichen Wirkungen ausgehen wie von im Beobachtungssystem ruhenden. Deshalb müssen die oben definierten Begriffe, bis sie verallgemeinert worden sind, jeweils in ihrem Ruhesystem ermittelt und in das gewünschte Beobachtungssystem transformiert werden. Das heißt aber auch, dass Begriffe und Größen, die Wirkungen durch bewegte Ladungen beinhalten, erst nach dieser Verallgemeinerung erarbeitet werden können.

Die Einstein'sche spezielle Relativitätstheorie gilt heute als eine der am besten bestätigten Theorien und hält die benötigten Transformationen bereit (Reb99 S. 754/5).

2.1 Kraft zwischen zwei bewegten Ladungen

Das elektrische Feld der Ladung $+Q$ aus Abb. 2.1 wird bestimmt im Koordinatensystem $K'\{x',y',z'\}$ (bewegt mit \mathbf{v}_d in $K\{x,y,z\}$) und transformiert in das Koordinatensystem $K''\{x'',y'',z''\}$ (bewegt mit \mathbf{v}_p in $K\{x,y,z\}$ bzw. mit \mathbf{v}'_p in $K'\{x',y',z'\}$).

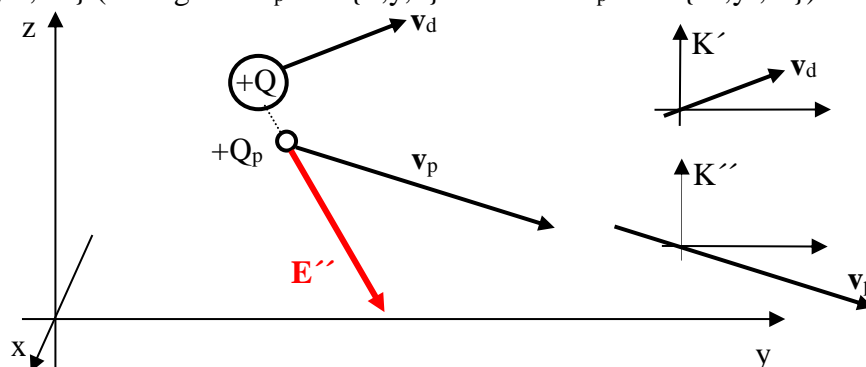


Abb. 2.1: Richtung der Bewegungen und der Feldkomponenten

Dazu muss das Feld \mathbf{E}' durch eine in $K'\{x',y',z'\}$ ruhende Messprobeladung ermittelt und nach $K''\{x'',y'',z''\}$ transformiert werden. In $K''\{x'',y'',z''\}$ bestimmen wir für die dort ruhende Probeladung die Kraft.

$$\mathbf{K}'' = Q_p \mathbf{E}''$$

Diese Kraft wird dann nach $K\{x,y,z\}$ transformiert. Außerdem wird das elektrische Feld aus seinem Ruhesystem $K'\{x',y',z'\}$ nach $K\{x,y,z\}$ transformiert und eingesetzt. Es ergibt sich⁴

$$\mathbf{K} = Q_p \mathbf{E} + Q_p \mathbf{v}_p \times \left(\frac{\mathbf{v}_d \times \mathbf{E}}{c^2} \right) \quad (2.1)$$

- In (2.1) folgen aus dem elektrischen Feld zwei Anteile für die Kraft.
- Der erste ergibt die Kraft zwischen zwei ruhenden Ladungen entsprechend (1.3).
- Der zweite entsteht nur bei **zwei** bewegten Ladungen und entspricht der bekannten Lorentzkraft aus dem Faraday'schen Magnetfeld.

³ Anisotrope Materialien mit Richtungsabhängigkeiten müssen gesondert betrachtet werden.

⁴ Es ist zu beachten: $+Q$ erzeugt in $K'\{x',y',z'\}$ kein Magnetfeld, Q_p erfährt in $K''\{x'',y'',z''\}$ keine Kraft durch ein Magnetfeld und das Kreuzprodukt berücksichtigt die entsprechenden Richtungen.

– Dabei ist das elektrische Feld \mathbf{E} immer im aktuellen System durch eine ruhende Messprobeladung ermittelt worden. (Mit \mathbf{v}_p gleich Null entsteht aus (2.1) $\mathbf{E}=\mathbf{K}/Q_p$.) Da (2.1) nur über Kraft (und Leistung) transformiert werden kann, folgen ihre Invarianz und für \mathbf{E} und \mathbf{D} die Transformationen (in Komponenten parallel zu \mathbf{v}_0 : \mathbf{E}_{\parallel} , senkrecht zu \mathbf{v}_0 : \mathbf{E}_{\perp}):

$$\mathbf{E}' = \mathbf{E}_{\parallel} + \frac{\mathbf{E}_{\perp} + \mathbf{v}_0 \times \left(\frac{\mathbf{v}_d \times \mathbf{E}}{c_0^2} \right)}{\sqrt{1 - v_0^2/c_0^2}} \quad \mathbf{D}' = \mathbf{D}_{\parallel} + \frac{\mathbf{D}_{\perp} + \frac{v_0}{c_0^2} \times (\mathbf{v}_d \times \mathbf{D})}{\sqrt{1 - v_0^2/c_0^2}} \quad (2.2)$$

Die Transformationen entsprechen denen vom Faraday'schen Magnetfeld (mit $\mathbf{B} = \mathbf{v} \times \mathbf{E}/c^2$ und $\mathbf{H} = \mathbf{v} \times \mathbf{D}$ für Punktladungen). (Detaillierte Ableitung siehe (Boe23 S. 18ff).)

2.2 Allgemeines elektrisches Feld

Zur Ableitung der Kraft zwischen zwei bewegten Ladungen wurde kein Magnetfeld benötigt und im Weiteren soll darauf verzichtet werden. Stattdessen definieren wir aus der invarianten Kraft (2.1) ein allgemeines invariantes elektrisches Feld (\mathbf{F}). (Diese Definition ist leider nicht völlig unabhängig von den Messbedingungen. Es wird aber weiter hinten zu sehen sein, dass sie kompatibel zum allgemeinen vierdimensionalen Feldtensor $F^{\alpha\beta}$ ist.)

$$\mathbf{F} = \frac{\mathbf{K}}{Q_p} = \mathbf{E} + \mathbf{v}_p \times \left(\frac{\mathbf{v} \times \mathbf{E}}{c_0^2} \right) \quad \mathbf{K} = Q_p \mathbf{F} \quad (2.3)$$

Durch das verallgemeinerte elektrische Feld sind wir nun in der Lage, Größen zu ermitteln, bei denen Bewegungen mit ihren Wirkungen eine Rolle spielen.

Wird die sich bewegende Probeladung auf ihrem Weg vom Punkt P_1 nach P_2 mit dem Wegelement $d\mathbf{s}$ verfolgt, kann einerseits ihre potentielle Energie und andererseits ihr Impuls untersucht werden (detaillierte Ableitung in (Boe23 S. 22ff)).

$$\Delta W = \int_{r(P_1)}^{r(P_2)} \mathbf{K} \cdot d\mathbf{s} = Q_p \int_{r(P_1)}^{r(P_2)} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s} = Q_p \int_{r(P_1)}^{r(P_2)} \left\{ \mathbf{E} + \mathbf{v}_p \times \left(\frac{\mathbf{v} \times \mathbf{E}}{c_0^2} \right) \right\} \cdot d\mathbf{s}$$

Da die Geschwindigkeit \mathbf{v}_p immer in die Richtung des vom Integral verfolgten Weges zeigt, ist das doppelte Produkt $\{\mathbf{v}_p \times (\dots)\} \cdot d\mathbf{s}$ stets Null und wir erhalten die bekannte Form, mit der die Spannung U bzw. das Potential φ definiert werden kann:

$$U = \int_{r(P_1)}^{r(P_2)} \frac{\mathbf{F}}{Q_p} \cdot d\mathbf{s} = \int_{r(P_1)}^{r(P_2)} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = \frac{\Delta W}{Q_p} \quad \varphi = -\int \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} + \varphi_{\infty} = \frac{W}{Q_p} \quad U = \varphi_1 - \varphi_2 \quad (2.4)$$

Der Impuls ergibt sich, wenn entlang des gleichen Weges, aber über die Zeit integriert wird.

$$\mathbf{p} = \int \mathbf{K} \cdot dt - \mathbf{p}_0 = Q_p \int \left\{ \mathbf{E} + \mathbf{v}_p \times \left(\frac{\mathbf{v} \times \mathbf{E}}{c_0^2} \right) \right\} dt \quad \Delta \mathbf{p} = \mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_1 \quad \mathbf{K} = \frac{d\mathbf{p}}{dt} \quad ^5$$

Zur Untersuchung dieser Beziehung können davon die Rotation und die Divergenz gebildet werden. Diese ergeben genau die bekannten Definitionen des Vektorpotentials \mathbf{A} . Somit können wir das Vektorpotential direkt definieren.

$$\mathbf{A} = \mathbf{p} / Q_p \quad \text{mit} \quad d\mathbf{A}/dt = \mathbf{F} \quad (2.5)$$

Der Anteil der Lorentzkraft erfüllt auch allein diese Bedingungen und wäre ausreichend ⁶. Die Transformation von φ und \mathbf{A} erfolgt bekannterweise analog zu W und \mathbf{p} .

⁵ Der Anfang des Weges soll bei $p_0=0$ liegen.

⁶ Offensichtlich trifft diese Definition für das Faraday'sche Magnetfeld zu.

2.3 Kraft eines Stromes auf eine Probeladung – Induktionsgesetz

Eine zum Leiter ruhende Probeladung (Abb. 2.2) erfährt sowohl von den ruhenden Ionen wie von den bewegten Elektronen eine Kraft.

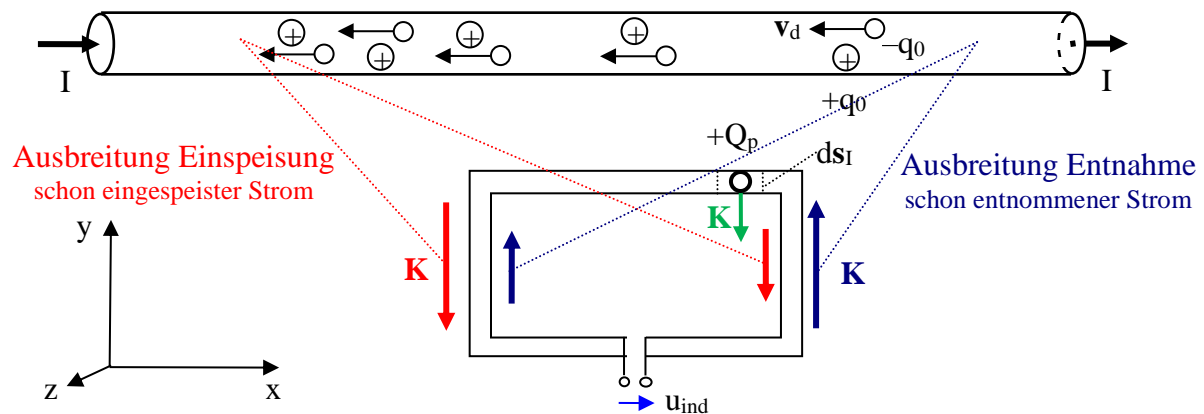


Abb. 2.2: Probeladung neben einem Leiter ruhend

Wird mit einer Probeladung (infolge der Kraftwirkungen – grüner Pfeil) ein ungeladener Leiter beobachtet ($\rho_+ = |\rho_-|$), so sieht ein mit den Elektronen (\mathbf{v}_d) mitbewegter Beobachter durch die Transformation beider Anteile ($\rho'_+ > |\rho'_-|$) einen positiv geladenen Leiter. Weil beide Fälle symmetrisch sind (Ionen ruhen und Elektronen bewegt bzw. Elektronen ruhen und Ionen bewegt), ist dieses Verhalten nicht plausibel. Da es außerdem durch Messungen nicht nachgewiesen werden kann⁷, wird im Weiteren davon ausgegangen, dass ein Beobachter mit einer zur Zeit. unbekanntem Geschwindigkeit \mathbf{v}_n den Leiter ungeladen sieht.

Das Koordinatensystem $K'\{x', y', z', t'\}$ soll sich mit \mathbf{v}_n in Richtung des Stromes (x-Richtung in Abb. 2.2) bewegen. Die in Volumenelement $dV' = ds' \cdot dA'$ vorhandenen Ionen (dQ_+) und Elektronen (dQ_-) erzeugen elektrische Felder ($d\mathbf{E}'_+$ und $d\mathbf{E}'_-$), die mit in $K'\{x', y', z', t'\}$ ruhenden Messprobeladungen ermittelt werden und auf unsere in $K'\{x', y', z', t'\}$ mit $\mathbf{v}'_p = -\mathbf{v}_n$ bewegte Probeladung die Kraft ($d\mathbf{K}'$) ausüben. Da hier nach Voraussetzung $d\mathbf{E}'_+ = -d\mathbf{E}'_-$ gilt, werden nach Transformation in das System des ruhenden Leiters

$$d\mathbf{K} = -Q_p \mathbf{v}_n \times \left(\frac{\mathbf{v}_d \times d\mathbf{E}_-}{c_0^2} \right) \quad d\mathbf{E} = \frac{d\mathbf{K}}{Q_p} = -\mathbf{v}_n \times \left(\frac{\mathbf{v}_d \times d\mathbf{E}_-}{c_0^2} \right).$$

D.h., es gibt einen Unterschied für die Kraft von einer bewegten bzw. einer ruhenden Ladung, wenn $\mathbf{v}_n \neq 0$ ist. Es bleibt zu untersuchen, welche Größe für \mathbf{v}_n anzusetzen ist.

Um die Kraft bzw. das Feld ausgehend vom gesamten Leiter (grüner Pfeil in Abb. 2.2) auf die **ruhende** Probeladung zu berechnen, sind die Kräfte aller im Leiter bewegten Ladungen (über den Leiter $-\infty < s_L < +\infty$) zu integrieren (Überlagerungsprinzip).

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{K}}{Q_p} = -\mathbf{v}_n \times \left(\int_{\text{Leiter}} \frac{\mathbf{v}_d(s_L) \times d\mathbf{E}_-(s_L)}{c_0^2} \right)_{\text{Am Ort der ruhenden } Q_p} = -\mathbf{v}_n \times \mathbf{E}_M \quad (2.6)$$

Für den Leiter kann (2.6) durch \mathbf{E}_M (bzw. \mathbf{B}) als Rechengröße für die Wirkung aller Ladungen abgekürzt werden (welche durch Messungen bestimmbar sind, siehe Kapitel 2.4). Nach einer Integration von (2.6) über die gesamte Leiterschleife (entlang ds_L) ergibt sich die induzierte Spannung bzw. in entgegengesetzter Richtung eine induzierte Urspannung. Für unser Modell (Abb. 2.2) ergibt $u_{\text{ind}} = 0$, weil \mathbf{E}_M (bzw. \mathbf{B}) in gleichem Abstand vom Leiter bei Gleichstrom konstant ist und sich so alle Kräfte aufheben (rote und blaue Pfeile gleich lang).

⁷ Bei z.B. ca. 10 A und 1mm² erreicht v_d nur ca. 1 mm/s, d.h. $v_d/c_0 \approx 3 \cdot 10^{-23}$.

Bei einer zeitlichen Änderung des Stromes $I(t)=\rho\cdot\mathbf{v}_d\cdot\mathbf{A}_\perp$ gemessen am gleichen Ort x_0 , besteht gemessen zur gleichen Zeit t_0 ein $I(x)$ entlang des Leiters infolge der endlichen Ausbreitungsgeschwindigkeit des Stromes. Damit lautet unsere Frage für welches \mathbf{v}_n können die Abhängigkeiten bei gleicher Zeit durch diejenigen an gleichem Ort ersetzt werden. Das ist für die Ausbreitungsgeschwindigkeit des Stromes im Kupferleiter ($c_{ku}<c_0$) der Fall. Ein sich mit c_{ku} entlang des Leiters bewegendes Beobachter sieht immer ein gleiches $I'(x')$, d.h. einen stationären Leiter und Felder ohne zeitliche Änderungen. Mit $\mathbf{v}_n = \mathbf{i}c_{ku}$ folgt (Boe23 S. 28ff)

$$-u_{ind} = \oint_{\text{Leiterschleife}} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}_I = -\mathbf{i}c_{ku} \times \oint_{\text{Leiterschleife}} \mathbf{E}_M d\mathbf{s}_I$$

oder

$$-u_{ind} = \oint_{\text{Leiterschleife}} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}_I = -\frac{d}{dt} \int_{\text{Fläche der Schleife}} \mathbf{E}_M \cdot d\mathbf{A} \quad \left(= -\frac{d\Phi}{dt} \right).$$

(2.7)

- Die erste Gleichung zeigt deutlich, dass durch die Ausbreitung des Stromes ($\rho\cdot\mathbf{v}_d\cdot\mathbf{A}_\perp$) als Nahwirkung entlang des Leiters \mathbf{v}_d und/oder ρ - und somit \mathbf{E}_M nicht konstant sein dürfen⁸. Bei Gleichstrom ist dies nicht der Fall (d.h. $u_{ind}=0$). Wenn sich der Strom zeitlich ändert, kann dagegen (durch die Nahwirkung) der Strom niemals sofort über den gesamten Leiter den neuen Wert annehmen. Wäre $c_{ku}=\infty$, hätte der Strom sofort überall den neuen Wert und es gäbe keine Ruheinduktion.
- Dagegen steht in der zweiten Gleichung letzten Endes nur der Zusammenhang als eine Art Bilanz zwischen den gemessenen Größen (u_{ind} und $d\Phi/dt$).

Die Bewegungsinduktion beruht auf der Lorentzkraft und benötigt die Nahwirkung zu ihrem Verständnis nicht unmittelbar, die Ruheinduktion entsteht durch die Lorentzkraft **und** die Nahwirkung. Beide haben die Form $u_{ind}=\int(\mathbf{v}\times\mathbf{B})\cdot d\mathbf{s}_{\text{Leiter}}$ mit \mathbf{v} als Geschwindigkeit der Leiterschleife vom ruhenden Feld \mathbf{B} (bzw. \mathbf{E}_M) aus betrachtet. (Ein mit c_{ku} mitbewegter Beobachter sieht zeitkonstante Felder.) Beide führen jeweils für einen Betrachter ruhend zur Leiterschleife zu $u_{ind}=d\Phi/dt$. Diese gleichartige Betrachtung und die Rückführung auf Kräfte kann für das Verständnis der Vorgänge sehr gut herangezogen werden.

Die Kraft entsprechend Gleichung (2.6) entsteht auch bei Gleichstrom und ist relativ groß, wurde aber nie beobachtet (nur u_{ind} wird bei Gleichstrom Null). Bei genauer Überlegung fällt auf, dass das Modell in Abb. 2.2 entsprechend der Realität zu ergänzen ist. In jedem geschlossenen Stromkreis wird von der Quelle gleichzeitig in den „Hinleiter“ ein Strom eingespeist, welcher sich mit c_{ku} vorwärts ausbreitet, und aus dem „Rückleiter“ entnommen, was sich rückwärts genauso mit c_{ku} ausbreitet. Somit muss der Teil „Rückleiter“ von einem System $K''\{x'',y'',z'',t''\}$, das sich mit $-\mathbf{v}_n=-\mathbf{i}c_{ku}$ in $K\{x,y,z,t\}$ bewegt, ebenso beobachtet werden. In diesem Fall erhalten wir Kräfte (blaue Pfeile in Abb. 2.2) mit entgegengesetzten Richtungen. Es ist zu sehen, dass die Differenz in beiden Fällen die gleiche Richtung hat (die jeweils größeren Kräfte sind näher am schon gestiegenen Strom) und so bleibt u_{ind} gleich. Bei Gleichstrom heben sich dagegen die Kräfte auf und der Leiter erscheint ungeladen.

2.4 Vorschlag für ein neues Magnetfeld

Weil $\mathbf{B}=(\mathbf{v}\times\mathbf{E}/c^2)_{\text{gesamt}}$ (2.6) stetig durch Materialgrenzen geht, können damit formal eine magnetische Flussdichte und der Fluss $\Phi = \int_{\text{Fläche}} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A}$ definiert werden. Das führt zum

Faraday'schen Magnetfeld. Es ergibt sich demgegenüber die Frage: Kann ein Magnetfeld gefunden werden, bei dem analog zum Verschiebungsfluss

1. die bewegte Ladung direkt als Ursache erscheint und
2. die Richtung des Flusses in die Ausbreitungsrichtung der Nahwirkung geht.

⁸ Nur dann wird das Ringintegral nicht Null, da ein Teil der Leiterschleife näher am größeren Strom ist.

Die Lösung liegt in der Überlegung, dass die Verschiebungsflussdichte mit ihrer Ursache (einer skalaren Größe) in die Ausbreitungsrichtung der Nahwirkung fließt. Ein neuer magnetischer Fluss muss nun seine Ursache (die **bewegte Ladung** $\mathbf{v}Q = \mathbf{Q}_M$ ⁹ für eine Punktladung) weiterleiten. An die Stelle der skalaren Größe tritt hier ein Vektor.

Denken wir uns um eine bewegte Ladung eine geschlossene Oberfläche, so wird:

$$\mathbf{Q}_M = \Psi_{Mges} = \oint_{\text{Oberfläche}} d\mathbf{A} \times (\mathbf{v} \times \mathbf{D})_{ges} = \int_{\text{Volumeninhalt}} \mathbf{S} dV = \int_{\text{Volumeninhalt}} \mathbf{v} \rho dV = \mathbf{v}Q$$
¹⁰

(Ohne Änderung der Ladungen pro Zeit.) Somit ist der Weg gefunden, da eine Flussdichte $\mathbf{D}_M = (\mathbf{v} \times \mathbf{D})_{gesamt}$ und genauso ein Fluss Ψ_M in Ausbreitungsrichtung der Nahwirkung stetig durch Materialgrenzen gehen. Aus der Lorentzkraft, d.h. dem Bewegungsanteil von unserer Gesamtkraft \mathbf{F} , definieren wir nun das magnetische Feld \mathbf{E}_M völlig analog zu (1.3).

$$\mathbf{K}_{Bew} = Q_p \mathbf{u}_p \times \left(\frac{\mathbf{v} \times \mathbf{E}}{c^2} \right)_{ges} = \mathbf{Q}_{Mp} \times \mathbf{E}_M$$

Das Feld ist wiederum aus der Kraft abgeleitet und somit auch messbar.

Mit dem Vektorpotential \mathbf{A} aus (2.5) ergibt sich analog zum elektrostatischen Feld mit $\mathbf{E} = -(\mathbf{e}_r d/dr)\phi$ hier das magn. Feld zu $\mathbf{E}_M = (\mathbf{e}_r d/dr) \times \mathbf{A}$. Somit übernimmt das Vektorpotential \mathbf{A} direkt die Potentialfunktion in diesem Magnetfeld.

3 Übergang zur relativistischen Elektrodynamik

In dieser Darstellung ergeben sich zwei parallele Begriffe für die ruhende und die bewegte Ladung. Mit dem vorgeschlagenen Magnetfeld als Bewegungsanteil ist als dritte Spalte ein adäquater Übergang zum Tensorkalkül¹¹ (vierdimensionale Raumzeit) möglich und ergibt eine effektive Schreibweise für beide gemeinsam (mit Komponentendarstellung).

1. Ausgangspunkt und Ursache:

Ladung/bewegte Ladung	Q	\mathbf{Q}_M	
Spezialfall für Punktladung	Q	$\mathbf{Q}_M = \mathbf{u} Q$	$Q^\alpha = (c_0, u_x, u_y, u_z) \gamma Q$ ¹²
Raumladungs-, Stromdichte	$\rho = dQ/dV$	$\mathbf{S} = d\mathbf{Q}_M/dV$	$\mathbf{S}^\alpha = u^\alpha \rho = (c_0, u_x, u_y, u_z) \gamma \rho$

2. Wirkungsweitergabe, Nahwirkung:

Verschiebungsfluss	Ψ	Ψ_M	Ψ^α
Festlegung über	$\Psi_{ges} = Q$	$\Psi_{Mges} = \mathbf{Q}_M$	$\Psi^\alpha_{ges} = Q^\alpha$
	$= \oint \mathbf{D} \cdot d\mathbf{A}$	$= \oint d\mathbf{A} \times \mathbf{D}_M$	
Verschiebungsflussdichte	$\mathbf{D} = \frac{d\Psi \mathbf{e}_{Nah}}{dA_{\perp Nah}}$	$\mathbf{D}_M = \frac{d\Psi_M \times \mathbf{e}_{Nah}}{dA_{\perp Nah}}$	$H^{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} 0 & c_0 D_x & c_0 D_y & c_0 D_z \\ -c_0 D_x & 0 & D_{Mz} & -D_{My} \\ -c_0 D_y & -D_{Mz} & 0 & D_{Mx} \\ -c_0 D_z & D_{My} & -D_{Mx} & 0 \end{pmatrix}$

3. Kraftwirkung auf eine Probeladung Q_p , bewegt mit der Geschwindigkeit \mathbf{u}_p :

Ruhe-, Bewegungskraft	$\mathbf{K}_{ruh} = Q_p \mathbf{E}$	$\mathbf{K}_{bew} = \mathbf{Q}_{Mp} \times \mathbf{E}_M$	$\mathbf{K}^\beta = Q_\alpha \mathbf{F}^{\alpha\beta} (= Q_{Probe} u_\alpha \mathbf{F}^{\alpha\beta})$ ¹³
Feld Definition:	$\mathbf{E} = \mathbf{K}_{ruh}/Q_p$	$\mathbf{E}_M = \mathbf{K}_{bew} \times \mathbf{e}_Q / Q_{Mp}$	$\mathbf{F}^{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} 0 & E_x/c_0 & E_y/c_0 & E_z/c_0 \\ -E_x/c_0 & 0 & E_{Mz} & -E_{My} \\ -E_y/c_0 & -E_{Mz} & 0 & E_{Mx} \\ -E_z/c_0 & E_{My} & -E_{Mx} & 0 \end{pmatrix}$

4. Potentiale aus Energie- und Impulsänderung der Probeladung:

Potentiale Definition:	$\phi = W/Q_p$	$\mathbf{A} = \mathbf{p}/Q_p$	$\Phi^\alpha = (2\phi/c_0, A_x, A_y, A_z)$
------------------------	----------------	-------------------------------	--

⁹ Zur Unterscheidung werden die Buchstaben des elektrostatischen Feldes mit dem Index „M“ verwendet.

¹⁰ Eine detaillierte Ableitung erfolgt in (Boe23 S. 38).

¹¹ Die Darstellung von Tensoren der vierdimensionalen Raumzeit erfolgt nach neuerer Literatur (z.B (Reb99)).

¹² $d\mathbf{D}/dt$ und genauso $d\mathbf{E}_M/dt$ erscheinen in der Tensorform nicht als Quelle, sondern ergeben sich durch die entsprechenden vierdimensionalen Ableitungen des Gesamtfeldes $H_{\alpha\beta}$ (bzw. $F_{\alpha\beta}$).

¹³ Hier eine explizite Schreibweise der Definitionsgleichungen des Gesamtfeldes.

4 Resümee

Es zeigt sich, dass

- die Maxwell'schen Gleichungen in den Begriffsdefinitionen (nach wenigen Umformungen) enthalten sind,
- sich unsere Vorstellungen (entsprechend AF1 bis AF4) konsistent im elektrischen und magnetischen Feld gestalten und sich unsere neuen Begriffe \mathbf{Q}_M , Ψ_M , \mathbf{D}_M , \mathbf{E}_M von der natürlichen Ursache – der bewegten Ladung – einschließlich dem Nahwirkungsprinzip ableiten,
- sich die Zusammenfassung beider Teile in einem Tensor zu einer gemeinsamen Begriffsdefinition direkt anbietet.

Der physikalische Inhalt der elektrodynamischen Vorgänge – abgeleitet aus AF1 bis AF4, dem Nahwirkungsprinzip und der Relativitätstheorie – kann so anschaulich dargestellt werden.

Interessante Fragen folgen aus der Möglichkeit, die Wirkungen des Magnetfeldes durch drei verschiedene Modelle (nach Faraday und Maxwell, nach Kapitel 2.4 bzw. sogar Verzicht darauf) mit gleichem Gültigkeitsbereich und gleicher Genauigkeit zu beschreiben. Offensichtlich stellt keine dieser Möglichkeiten Details – den „Mechanismus“ der elektromagnetischen Wechselwirkungen selbst – dar. Auch ein Blick auf die Quantenmechanik und Quantenfeldtheorie ändert diese Situation nicht.

Wenn die elektromagnetischen Wechselwirkungen selbst nicht in den Theorien beschrieben werden, sondern nur aus diesen folgende Wirkungen, die mit Probeladungen beobachtet werden können. So sollten über diese Wechselwirkungen keine unnötig einschränkenden Aussagen erfolgen. Das muss auch auf die Interpretation der Relativitätstheorie für physikalische Wirkungen, die nicht unmittelbar theoretisch behandelt werden und bislang nicht direkt beobachtet werden können, erwogen werden.

Ein deutlicher Hinweis ergibt sich auch in Kapitel 2.3, wo außer einer mathematischen Ableitung aus der Definition der Kraft die physikalischen Erfahrungen/Beobachtungen explizit in die Modellierung einzubringen sind (Ausbreitung der Stromänderung mit c_{ku} , Ausbreitung von beiden Seiten der Quelle). Eine mathematische Ableitung allein reicht dazu nicht.

Das Magnetfeld kann in der Schule und im Beruf z.B. als erfolgreich anzuwendende Analogiekonstruktion zum elektrischen Strom eingeführt und die Begriffe Θ , Φ und V_m als Rechengrößen für komplexe Wirkungen bewegter Ladungen dargestellt werden (siehe z.B. (Boe22 S. 61-74)).

Im Rahmen einer theoretischen Elektrotechnik sollte zusätzlich mit dem vorgeschlagenen Magnetfeld und den durch die Relativitätstheorie verdeutlichten Zusammenhängen die Vorstellungskraft weiter vertieft werden.

5 Literatur

Boe22, Erich Boeck. 2022. *Lehrgang Elektrotechnik und Elektronik (2. Auflage).*

Wiesbaden : Springer Vieweg Fachmedien Wiesbaden GmbH, 2022.

Boe23, Boeck, Erich. 2023. *Theoretische Elektrotechnik und spezielle Relativitätstheorie.*

Wiesbaden : Springer Vieweg Fachmedien Wiesbaden GmbH, 2023.

Lun91, Lunze, Klaus. 1991. *Einführung in die Elektrotechnik (13. Auflage).* Berlin : Verlag Technik GmbH, 1991.

Reb99, Rebhahn, Eckhard. 1999. *Theoretische Physik I.* Heidelberg, Berlin : Spektrum Akademischer Verlag, 1999.